BANCO DE PREGUNTAS MATERIA: MATEMATICAS

1. PROPORCIONALIDAD

Ejemplo 1

Si "a" es proporcional a "b" como 3 es a 5 además $a+b=48$ hallar el menor valor

Pr*oporcionalidad*

$$\frac{a}{b}=\frac{3}{5}$$

$$5a=3b$$

$$5a-3b=0 \quad (1)$$

Re*lación*

$$a+b=48 \quad (2)$$

$$\begin{cases}5a-3b=0\\ a+b=48\end{cases}$$ armamos el sistema de ecuaciones

=

$$\begin{cases}5a-3b=0 & 1\\ a+b=48 & 3\end{cases}$$ Multiplicamos cada ecuación para reducir

$$5a-3b=0$$
$$3a+3b=144$$ Reducimos términos semejantes

$$8a=144$$

$$a=\frac{144}{8}$$ Simplificamos

$$a=18$$ La solución para una incógnita

Sustituimos el valor de $a=18$ en la ecuación para determinar el valor de la segunda incógnita

$$a+b=48$$
$$18+b=48$$ reemplazamos en la segunda ecuación el valor de $a=18$

$$b=48-18$$

$$b=30$$

R. el menor valor es en $a=18$

BANCO DE PREGUNTAS MATERIA: MATEMATICAS

Ejemplo 2

Repartir 25200 en partes directamente proporcionales a 5,7 y 9. Determinar cada una de las partes

constante de proporcionalidad

$$k = \frac{cantidad\ a\ repartir}{suma\ de\ indices}$$

$$k = \frac{25200}{5+7+9}$$

$$k = 1200$$

$$\begin{array}{ll} indice & Partes\ \Pr op. \\ \begin{cases} a = 5 \\ b = 7 \\ c = 9 \end{cases} & \begin{array}{l} 5k \\ 7k \\ 9k \end{array} \end{array}$$

Reparto proporcional

$$a = 5(1200) = 6000$$
$$b = 7(1200) = 8400$$
$$c = 9(1200) = 10800$$
$$total = 22500$$

Ejemplo 3

Cuatro socios reúnen 2’000000 de bolivianos de los cuales el primero pone 400000bs. El segundo $\frac{3}{4}$ de lo que puso el primero, el tercero los $\frac{5}{3}$ de lo que puso el segundo y el cuarto lo restante. Explotan una industria durante 4 años. Hay que repartir una ganancia de 1’500000 bolivianos. ¿Cuánto le toca al cuarto socio?

capitales

$$\begin{cases} 1° = 400000 & = 400000 \\ 2° = \frac{3}{4}(400000) & = 300000 \\ 3° = \frac{5}{3}(300000) & = 500000 \end{cases}$$

$$total = 1'200000$$

Indices

$$\begin{array}{ll} 1° = 400000 & 4k \\ 2° = 300000 & 3k \\ 3° = 500000 & 5k \\ 4° = 800000 & 8k \end{array}$$

$4°$socio $2'000000 - 1'200000 = 800000$

Calculamos la constante de proporcionalidad

$$k = \frac{1'500000}{4+3+5+8} = 75000$$

Reparto proporcional de las utilidades para los 4 socios

$$1°socio = 4(75000) \quad = 300000$$
$$2°socio = 3(75000) \quad = 225000$$
$$3°socio = 5(75000) \quad = 375000$$
$$4°socio = 8(75000) \quad = 600000$$
$$Total \quad = 1'500000$$

R. al cuarto socio le corresponde Bs. 600000 de 1'500000 de utilidad.

Ejemplo 4.

Calcular el precio final de un televisor de $Us. 240 y de un reloj de $Us. 150 si se le aplica un descuento del 15% y 30% respectivamente.

Televisor	Reloj
Precio $us. 240 Descuento 15% $240 * \frac{15}{100} = 36$ Precio final $= 240 - 36 = \$us.204$	Precio: $Us. 150 Descuento 30% $150 * \frac{30}{100} = 45$ Precio final $= 150 - 45 = \$us.105$

R. Luego de aplicar el descuento del 15% al precio de venta del TV, el precio final es de $us.204, mientras que al reloj se aplica un descuento del 30% obteniendo un precio final de $us. 105.

BANCO DE PREGUNTAS MATERIA: MATEMATICAS

2. EXPRESIONES ALGEBRAICAS Y PRODUCTOS NOTABLES
2.1. VALOR NUMÉRICO

Ejemplo 1

Hallar el valor numérico de $5x^2-2xy+\frac{3}{2}x^4z-\frac{1}{4}y^2z^{-2}$ **par** $x=\sqrt{2}\quad y=\sqrt{8}\quad z=-\frac{1}{3}$

$=5\left(\sqrt{2}\right)^2-2\sqrt{2}\cdot\sqrt{8}+\frac{3}{2}\left(\sqrt{2}\right)^4\left(-\frac{1}{3}\right)-\frac{1}{4}\left(\sqrt{8}\right)^2\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}$ Sustituimos los valores

$=5\cdot2-2\sqrt{16}+\frac{3}{2}\cdot4\left(-\frac{1}{3}\right)-\frac{1}{4}\cdot8(-3)^{-2}$ Aplicamos las potencias

$=10-2\cdot4+3\cdot2\left(-\frac{1}{3}\right)-2\cdot(-3)^2$ Realizamos las operaciones jerárquicamente

$=10-8-2-2\cdot9$

$=10-8-2-18$ Reducimos términos semejantes

$=-18$ Solución

Ejemplo 2

Hallar el valor numérico de $\frac{1}{4}b^3-a^2b+3abc-18a^3bc^2$ Si $a=-\frac{1}{2}$ $b=-4$ y $c=-\frac{1}{3}$

Reemplazamos cada uno de los valores y desarrollamos las potencias

$$\frac{1}{4}(-4)^3-\left(-\frac{1}{2}\right)^2(-4)+3\left(-\frac{1}{2}\right)(-4)\left(-\frac{1}{3}\right)-18\left(-\frac{1}{2}\right)^3(-4)\left(-\frac{1}{3}\right)^2=$$

Simplificamos

$$\frac{1}{4}(-64)-\frac{1}{4}(-4)+3\left(-\frac{1}{2}\right)(-4)\left(-\frac{1}{3}\right)-18\left(-\frac{1}{8}\right)(-4)\cdot\frac{1}{9}=$$

Reducimos

$-16+1-2-1=-18$ Solución

BANCO DE PREGUNTAS MATERIA: MATEMATICAS

Ejemplo 3

Hallar el valor numérico de: $\frac{1-2x}{x}+\frac{2n+2}{n}$ Si $x=\frac{1}{8}, n=-\frac{1}{2}$

$\frac{1-2\left(\frac{1}{8}\right)}{\frac{1}{8}}+\frac{2\left(-\frac{1}{2}\right)+2}{-\frac{1}{2}}=$ Sustituimos los valores y simplificamos

$\frac{1-\frac{1}{4}}{\frac{1}{8}}+\frac{-1+2}{-\frac{1}{2}}=$ Resolvemos las fracciones complejas

$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{8}}+\frac{1}{-\frac{1}{2}}=6-2=4$ Reducimos las fracciones complejas y los términos semejantes

Ejemplo 4

Hallar el valor numérico de: $\sqrt{\frac{yz^{-4}}{y^{-1}x^{-2}}}$ Si $x=\frac{1}{4}$ $y=\frac{7}{8}$ $z=2$

$\sqrt{\frac{\frac{7}{8}*(2)^{-4}}{\left(\frac{7}{8}\right)^{-1}*\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}}}$ Sustituimos los valores de cada valor literal

$\sqrt{\frac{\frac{7}{8}*\left(-\frac{1}{2}\right)^{4}}{\left(\frac{8}{7}\right)*\left(\frac{4}{1}\right)^{2}}}$ transformamos los exponentes negativos en positivos

$\sqrt{\frac{\frac{7}{8}*\frac{1}{16}}{\frac{8}{7}*16}}=\sqrt{\frac{49}{64}*\frac{1}{256}}=\frac{7}{8}*\frac{1}{16}=\frac{7}{128}$ Aplicamos las potencias y operamos

BANCO DE PREGUNTAS MATERIA: MATEMATICAS

Ejemplo 5

Hallar el valor numérico de $\sqrt[3]{1^n - m^{-1}} + (-1)^n - (m \div n)^{-1}$ Si $m = \frac{8}{7} \quad n = 8$

Sustituimos los valores en cada uno de los valores literales

$$\sqrt[3]{1^8 - \left(\frac{8}{7}\right)^{-1}} + (-1)^8 - \left(\frac{8}{7} \div 8\right)^{-1} =$$

Hacemos las operaciones indicadas

$$\sqrt[3]{1 - \frac{7}{8} + 1 - \left(\frac{1}{7}\right)^{-1}} = \frac{1}{2} + 1 - 7 = -\frac{11}{2}$$ Solución

2.2 Operaciones con polinomios

Ejemplo 1

$Si \quad A = 2x^4 + \frac{5}{6}; \quad B = 2x^4 - \frac{3}{4}x^3 - 3x + \frac{15}{2} \quad C = \frac{13}{2}x^3 + 4x^2 + \frac{10}{3}$ **calcular** $A + 2B - C$

Formulamos la operación ordenando los polinomios utilizando signos de agrupación

$$A + 2B - C = 2x^4 + \frac{5}{6} + 2\left(2x^4 - \frac{3}{4}x^3 - 3x + \frac{15}{2}\right) - \left(\frac{13}{2}x^3 + 4x^2 + \frac{10}{3}\right)$$

$= 2x^4 + \frac{5}{6} + 4x^4 - \frac{3}{2}x^3 - 6x + 15 - \frac{13}{2}x^3 - 4x^2 - \frac{10}{3}$ extraemos los signos de agrupación

$= 6x^4 - 8x^3 - 4x^2 - 6x - \frac{25}{2}$ Reducimos términos semejantes y ordenamos el polinomio

$= 6x^4 - 8x^3 - 4x^2 - 6x - \frac{25}{2}$ Solución

Ejemplo 2

$Si \quad A = 3x^2 - 3x - 9; \quad B = x^2 - x + 2$ **calcular** $A \times B$

$$A \times B : \left(3x^2 - 3x - 9\right)\left(x^2 - x + 2\right)$$

Multiplicamos los coeficientes aplicando la ley de signos para el producto y en la parte literal común se suman los exponentes

BANCO DE PREGUNTAS MATERIA: MATEMATICAS

$=(3\times1)x^{2+2}-(3\times1)x^{2+1}+(3\times2)x^{2}-(3\times1)x^{1+2}+(3\times1)x^{1+1}-(3\times2)x-(9\times1)x^{2}+(9\times1)x-(9\times2)$

$=3x^{4}-3x^{3}+6x^{2}-3x^{3}+3x^{2}-6x-9x^{2}+9x-18$ reduciendo términos semejantes

$=3x^{4}-6x^{3}+3x-18$ Solución

Ejemplo 3

Dados los polinomios:

$A=\frac{3}{5}a^{2}-\frac{5}{6}ab+\frac{2}{9}b^{2};\ B=-\frac{3}{2}ab-\frac{1}{3}b^{2}+\frac{1}{4};\ C=\frac{2}{9}a^{2}-\frac{2}{3}b^{2}+\frac{1}{9}ab$ y

$D=\frac{17}{45}a^{2}-\frac{22}{9}ab-\frac{3}{2}b^{2}$

Determinar: $(A+B)\times(C+D)$

Formulamos las operaciones del primer factor

$(A+B)=\frac{3}{5}a^{2}+\frac{5}{6}ab+\frac{2}{9}b^{2}+\frac{3}{2}ab-\frac{1}{3}b^{2}$

$(A+B)=\frac{3}{5}a^{2}+\frac{7}{3}ab-\frac{1}{9}b^{2}$

Formulamos las operaciones del segundo factor

$(C+D)=\frac{2}{9}a^{2}+\frac{1}{9}ab-\frac{2}{3}b^{2}+\frac{17}{45}a^{2}-\frac{22}{9}ab-\frac{3}{2}b^{2}$

$(C+D)=\frac{3}{5}a^{2}-\frac{7}{3}ab-\frac{13}{6}b^{2}$

Multiplicamos el resultado de los dos factores

$(A+B)\times(C+D)=\left(\frac{3}{5}a^{2}+\frac{7}{3}ab-\frac{1}{9}b^{2}\right)\times\left(\frac{3}{5}a^{2}-\frac{7}{3}ab-\frac{13}{6}b^{2}\right)$

$(A+B)\times(C+D)=\frac{9}{25}a^{4}-\frac{7}{5}a^{3}b-\frac{13}{10}a^{2}b^{2}+\frac{7}{5}a^{3}b-\frac{49}{9}a^{2}b^{2}-\frac{91}{18}ab^{3}-\frac{1}{5}a^{2}b^{2}+\frac{7}{27}ab^{3}+\frac{13}{54}b^{4}$

$(A+B)\times(C+D)=\frac{9}{25}a^{4}-\frac{613}{90}a^{2}b^{2}-\frac{259}{54}ab^{3}+\frac{13}{54}b^{4}$

BANCO DE PREGUNTAS MATERIA: MATEMATICAS

Ejemplo 4

Dados los polinomios:

$$B=-\frac{3}{2}ab-\frac{1}{3}b^2+\frac{1}{4};\ C=\frac{2}{9}a^2-\frac{2}{3}b^2+\frac{1}{9}ab \text{ y } D=\frac{17}{45}a^2-\frac{22}{9}ab-\frac{3}{2}b^2$$

Determinar: $B+3C-2D$

$$B+3C-2D=\left(-\frac{3}{2}ab-\frac{1}{3}b^2+\frac{1}{4}\right)+3\left(\frac{2}{9}a^2-\frac{2}{3}b^2+\frac{1}{9}ab\right)-2\left(\frac{17}{45}a^2-\frac{22}{9}ab-\frac{3}{2}b^2\right)$$

$$B+3C-2D=-\frac{3}{2}ab-\frac{1}{3}b^2+\frac{1}{4}+\frac{2}{3}a^2-2b^2+\frac{1}{3}ab-\frac{34}{45}a^2+\frac{44}{9}ab+3b^2$$

$$B+3C-2D=-\frac{4}{45}a^2+\frac{67}{18}ab+\frac{2}{3}b^2$$

2.3 Productos notables

Ejemplo 1

Hallar el producto notable $(x-5)^2=$

Aplicamos la regla del cuadrado de un binomio $(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$

$(x-5)^2=x^2-2\cdot x\cdot 5+5^2$

$(x-5)^2=x^2-10x+25$ Solución

Ejemplo 2

Desarrollar el producto notable $(4-5x+x^2)^2=$

Aplicamos la regla del cuadrado de un Polinomio

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$

$(4-5x+x^2)^2=4^2+(-5x)^2+(x^2)^2+2(4)(-5x)+2(4)(x^2)+2(-5x)(x^2)$

$(4-5x+x^2)^2=16+25x^2+x^4-40x+8x^2-10x^3$ Solución

Reducimos y Ordenamos la Solución en forma descendente

BANCO DE PREGUNTAS MATERIA: MATEMATICAS

$$(4-5x+x^2)^2 = x^4 - 10x^3 + 33x^2 - 40x + 16$$

Ejemplo 3

$$(4+x)(4-x) =$$

Aplicamos la regla del producto de la suma por su diferencia

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(4+x)(4-x) = 4^2 - x^2$$

$$(4+x)(4-x) = 16 - x^2$$ **Solución**

Ejemplo 4

$$(m+9)(m-5) =$$

Aplicamos el producto de la forma

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a \pm b)x + (a \times b)$$

$$= (m+9)(m-5) = m^2 + (9-5)m + (9)(-5)$$

$$= (m+9)(m-5) = m^2 + 4m - 45$$ Solución

Ejemplo 5

$$(2+x)^3 =$$

Aplicando la regla del cubo de un binomio

$$(a+b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$(2+x)^3 = 2^3 + 3 \cdot 2^2 \cdot x + 3 \cdot 2 \cdot x^2 + x^3$$

$$(2+x)^3 = 8 + 3 \cdot 4 \cdot x + 3 \cdot 2 \cdot x^2 + x^3$$

$$(2+x)^3 = 8 + 12x + 6x^2 + x^3$$

Ejemplo 6

$$(a^3+10)^2 = (a^3)^2 + 2 * a^3 * 10 + 10^2$$

BANCO DE PREGUNTAS MATERIA: MATEMATICAS

$= a^6 + 20a^3 + 100$

Ejemplo 7

Desarrollar el producto notable $\left(\frac{2}{3}m^x - 1\right)^2 =$

Aplicamos el cuadrado de un binomio:

$$\left(\frac{2}{3}m^x - 1\right)^2 = \left(\frac{2}{3}m^x\right)^2 - 2*\frac{2}{3}m^x * 1 + 1^2$$

$$\left(\frac{2}{3}m^x - 1\right)^2 = \frac{4}{9}m^{2x} - \frac{4}{3}m^x + 1$$

Ejemplo 8

Desarrollar el producto notable $\left(3m^2 + 12m + 5\right)^2 =$

$$\left(3m^2 + 12m + 5\right)^2 = \left(3m^2\right)^2 + \left(12m\right)^2 + 5^2 + 2*3m^2*12m + 2*3m^2*5 + 2*12m*5$$

$$\left(3m^2 + 12m + 5\right)^2 = 9m^4 + 144m^2 + 25 + 72m^3 + 30m^2 + 120m$$

Ejemplo 9

Determinar el producto notable $\left(x^2 + b\right)\left(x^2 - b\right) =$

Aplicamos la regla del producto de la suma por su diferencia

$$\left(x^2 + b\right)\left(x^2 - b\right) = \left(x^2\right)^2 - b^2 \quad = x^4 - b^2$$

Ejemplo 10

Determinar el producto notable $\left(\frac{1}{3} - x^3\right)\left(\frac{1}{3} + x^3\right) =$

$$\left(\frac{1}{3} - x^3\right)\left(\frac{1}{3} + x^3\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^2 - \left(x^3\right)^2 = \frac{1}{9} - x^6$$

Ejemplo 11

Desarrollar el producto notable $\left(a - 12\right)\left(a - 5\right) =$

Aplicamos el producto de la forma

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a\pm b)x+(a\times b)$$

$$(a-12)(a-5)=a^2+(-12-5)a+(-12)(-5)$$

$$(a-12)(a-5)=a^2-17a+60$$

4. FACTORIZACIÓN

Ejemplo 1

Descomponiendo factores primos los coeficientes de c/término

$$6x^2-4x=3\cdot 2x^2-2\cdot 2x$$

Factorizamos el Factor común monomio $2x$

$$6x^2-4x=2x(3x-2)$$

Ejemplo 2

Como son 4 términos los agrupamos en dos grupos para factorizar cada grupo

$$2mx+n^2x-2my-n^2y=(2mx+n^2x)+(-2my-n^2y)$$

$$=x(2m+n^2)-y(2m+n^2)\text{ sacamos el factor común monomio}$$

$$=(2m+n^2)(x-y)\text{ extraemos el factor común polinomio}$$

$$=\boxed{(2m+n^2)(x-y)}\text{ Solución}$$

Ejemplo 3

Aplicamos la identidad $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

$4-25x^2=(2+5x)(2-5x)$ Factorizamos como diferencia de cuadrados perfectos

Ejemplo 4

Factorizamos el trinomio cuadrado perfecto

$$x^2+6x+9=(x+3)^2$$

$$\downarrow\ 2\cdot 3\cdot x\downarrow$$

$$x\qquad 3$$

BANCO DE PREGUNTAS MATERIA: MATEMATICAS

Ejemplo 5

Utlizamos el Método de aspas en el trinomio de la forma $x^2+bx+c=(x+p)(x+q)$

$x^2+9x+20=(x+5)(x+4)$

$x \quad +5 = +5x$

$x \quad +4 = +4x$

$+9x$

Ejemplo 6

$2x^2+5x-3=(2x-1)(x+3)$ Método de aspas trinomio de la forma ax^2+bx+c

$2x \quad -1 = -x$

$x \quad +3 = +6x$

$+5x$

Ejemplo 7

Factorizar: $x^3-8=$

Aplicamos la identidad $a^3 \mp b^3=(a \mp b)(a^2 \pm ab+b^2)$

$x^3-8=x^3-2^3=(x-2)(x^2+2x+2^2)$ simplificando

$x^3-8=(x-2)(x^2+2x+4)$ **Solución**

Ejemplo 8

Factorizar: $8c^3-2c+12c^2-3=$

Agrupamos en dos pequeños grupos

$8c^3-2c+12c^2-3=(8c^3+12c^2)+(-2c-3)$

Sacamos el factor común monomio en cada grupo

$$=4c^2(2c+3)-(2c+3)$$

Sacamos el factor común polinomio y obtenemos:

BANCO DE PREGUNTAS MATERIA: MATEMATICAS

$=(2c+3)(4c^2-1)$ **Solución**

Ejemplo 9

Factorizar: $3p^4q+12p^3q^3+12p^2q^5r^2=$

Sacamos el Factor común monomio

$$3p^4q+12p^3q^3+12p^2q^5r^2=3p^2q\left(p^2+4pq^2r+4q^4r^2\right)$$

Factorizamos el TCP

$$=3p^2q\left(p^2+4pq^2r+4q^4r^2\right)$$

p — 2 — $4q\ r$

$=3p^2q\left(p+2q^2r\right)^2$ **Solución**

Ejemplo 10

Factorizar: $\left(x^2+y+1\right)^2-\left(x^2-y+1\right)^2=$

Aplicamos la identidad $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

$$\left(x^2+y+1\right)^2-\left(x^2-y+1\right)^2=\left[\left(x^2+y+1\right)+\left(x^2-y+1\right)\right]\left[\left(x^2+y+1\right)-\left(x^2-y+1\right)\right]$$

Quitamos los corchetes

$$\left(x^2+y+1\right)^2-\left(x^2-y+1\right)^2=\left(x^2+y+1+x^2-y+1\right)\left(x^2+y+1-x^2+y-1\right)$$

Reducimos los términos semejantes

$$\left(x^2+y+1\right)^2-\left(x^2-y+1\right)^2=\left(2x^2+2\right)2y$$

En el primer factor sacamos el factor común monomio que es el valor de **2**

$$\left(x^2+y+1\right)^2-\left(x^2-y+1\right)^2=2\left(x^2+1\right)2y$$

Reducimos términos semejantes

$\left(x^2+y+1\right)^2-\left(x^2-y+1\right)^2=4y\left(x^2+1\right)$ **Solución**

BANCO DE PREGUNTAS MATERIA: MATEMATICAS

Ejercicios propuestos

1. $5a^2b-10ab^2+5a^2b^2$ Sol. $5ab(a-2b+ab)$
2. $7m^2n^3+14m^3n^2-21m^3n^4$ Sol. $7m^2n^2(n+2m-3mn^2)$
1. $25x^2-1$ Sol. $(5x-1)(5x+1)$
2. x^6y^4-121 Sol. $(x^3y^2-11)(x^3y^2+11)$
3. x^3+27 Sol. $(x+3)(x^2-3x+9)$
4. $9x^2-6x+1$ Sol. $(3x-1)^2$
5. $49a^2+28a+4$ Sol. $(7a+2)^2$
6. $x^2-5x-36$ Sol. $(x-9)(x+4)$
7. $m^2+13m-90$ Sol. $(m+18)(m-5)$
8. $2x^2+7x+3$ Sol. $(2x+1)(x+3)$
9. $6a^2+5a-4$ Sol. $(3a+4)(2a-1)$
10. $2x^4+3x^3-6x^2-9x$ Sol. $x(2x+3)(x^2-3)$
11. $am+6bn+3bm+2an$ Sol. $(a+3b)(m+2n)$
12. $4x^2-16x+15$ Sol. $(2x-5)(2x-3)$

5. FRACCIONES ALGEBRAICAS

Ejemplo1

Simplificar

$$\frac{9b-bx^2}{3x-3y-x^2+xy}==\frac{b(9-x^2)}{3(x-y)-x(x-y)}$$ Factorizamos el numerador y el denominador

$$=\frac{b(3-x)(3+x)}{(x-y)(3-x)}==\frac{b(3+x)}{(x-y)}$$ Simplificamos y obtenemos la Solución

Ejemplo 2

Calcular

BANCO DE PREGUNTAS MATERIA: MATEMATICAS

$$\frac{1}{x+2a}+\frac{1}{x-2a}-\frac{4a}{x^2-4a^2}=$$

$$\frac{1}{x+2a}+\frac{1}{x-2a}-\frac{4a}{(x+2a)(x-2a)}=\text{Factorizando el denominador del 3° término}$$

$$=\frac{x-2a+x+2a-4a}{(x+2a)(x-2a)}\ \text{Calculamos el común denominador y operamos en cada término}$$

$$=\frac{2x-2a+2a-4a}{(x+2a)(x-2a)}\ \text{Reduciendo TS y simplificando}$$

$$=\frac{2x-4a}{(x+2a)(x-2a)}\ \text{Solución}$$

Ejemplo 3

Multiplicar

$$\frac{a-b}{a^2+ab}\times\frac{a^4-b^4}{a^2-2ab+b^2}=$$

$$=\frac{a-b}{a(a+b)}\times\frac{(a^2+b^2)(a^2-b^2)}{(a-b)^2}\ \text{factorizando cada factor}$$

$$=\frac{\cancel{a-b}}{a\cancel{(a+b)}}\times\frac{(a^2+b^2)\cancel{(a-b)}\cancel{(a+b)}}{\cancel{(a-b)^2}}\ \text{Simplificando}$$

$$=\frac{a^2+b^2}{a}\ \text{Solución}$$

Ejemplo 4

Determinar el valor de A en las operaciones combinadas de la fracción algebraica:

$$A=\left(3-\frac{4b+20a}{2b+5a}\right)\div\left(4--\right)$$

Ejercicios propuestos

Simplificar

1. $\dfrac{a^2-b^2}{(a-b)^2}=$ Sol. $\dfrac{a+b}{a-b}$

BANCO DE PREGUNTAS MATERIA: MATEMATICAS

2. $\frac{3x^2+26x+35}{2x^2+17x+21}=$ Sol. $\frac{3x+5}{2x+3}$

3. $\frac{(2x+y)(9z^2-a^2)}{(3z-a)(4x^2-y^2)}=$ Sol. $\frac{3z+a}{2x-y}$

Calcular

1. $\frac{4}{1+x}-\frac{3}{1-x^2}=$ Sol. $\frac{1-4x}{1-x^2}$

2. $\frac{x-y}{x+y}-\frac{x+y}{x-y}+\frac{xy}{x^2-y^2}=$ Sol. $\frac{-3xy}{x^2-y^2}$

Multiplicar

1. $\frac{x^2-x-12}{x^2+x-2}\cdot\frac{x^2-1}{x^2+4x+3}=$ Sol. $\frac{x-4}{x+2}$

2. $\frac{a-b}{a^2+ab}\cdot\frac{a^4-b^4}{a^2-2ab+b}=$ Sol. $\frac{a^2+b^2}{a}$

Dividir

(Nota: par dividir dos, fracciones se invierte la segunda fracción transformando la división en multiplicación y se procede como tal)

1. $\frac{25ab}{a^2-c^2}\div\frac{10bc}{a+c}=$ Sol. $\frac{5a}{2c(a-c)}$

2. $\frac{x^2-25}{x^2-16}\div\frac{x^2+2x-15}{x^2+x-12}=$ Sol. $\frac{x-5}{x-4}$

3. $\left(\frac{1+x}{1-x}-\frac{1-x}{1+x}\right)\div\left[\left(\frac{1+x}{1-x}-1\right)\left(1-\frac{1}{1+x}\right)\right]$ Sol. $\frac{2}{x}$

4. $\frac{y^2+12y-64}{y^2-64}*\frac{y^2-64}{y^2+24y+128}\div\frac{y^2-16y+4}{y^2+4y+16}$

BANCO DE PREGUNTAS MATERIA: MATEMATICAS

5. ECUACIONES EN GENERAL

ECUACIONES DE PRIMER GRADO

Una ecuación lineal o de primer grado con una incógnita tiene la forma: $ax+b=0$ *donde* $a\neq 0$

Ejemplo 1

$6-(6x-4)=6x-4(2x-3)$ eliminamos los signos de agrupación

$6-6x+4=6x-8x+12$ trasladamos los términos al primer miembro

$6-6x+4-6x+8x-12=0$ reducimos términos semejantes

$-4x-2=0 \quad /\cdot(-1)$ cambiamos de signo la incógnita volviéndola positiva

$4x+2=0$ despejamos *"x"*

$x=-\frac{2}{4}$ simplificamos

$x=-\frac{1}{2}$ solución

Ejemplo 2

$x-\frac{5x+11}{6}=\frac{2x-1}{3}-\frac{3x+1}{4} \quad //m.c.d=12$

$12x-2(5x+11)=4(2x-1)-3(3x+1)$ eliminamos los signos de agrupación

$12x-10x-22=8x-4-9x-3$

$12x-10x-22-8x+4+9x+3=0$

$3x-15=0$

$x=5$

SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES CON DOS VARIABLES.

Métodos de resolución

i. Eliminación por adición y sustracción

$\begin{cases} 2x+y=4 & /1 \\ -x+3y=5 & /2 \end{cases}$ multiplicar c/ec. por un número para igualar los coeficientes

$\begin{cases} 2x+y=4 \\ -2x+6y=10 \end{cases}$ Reducimos las ecuaciones

$7y=14$ Resolvemos la ecuación de primer grado con una incógnita

$y=\frac{14}{7}$ Despejamos la variable

$y=2$ El valor encontrado

Para encontrar el valor de la otra variable sustituimos en una de las ecuaciones el valor encontrado de $y=2$

Ecuación (1) $2x+y=4$

Sustituyendo $2x+2=4$

Resolvemos la ecuación $2x=4-2$

Despejamos "x" $2x=2$

El valor encontrado $x=1$

Nota: la ecuación tiene una solución única. Sol. (x=1 , y=2)

ii. Método de igualación

$$\begin{cases} x+5y=5 \\ 3x-5y=3 \end{cases}$$

Despejamos de cada ecuación la incógnita "x "

$(1)\quad x+5y=5$ $\qquad$ $(2)\quad 3x-5y=3$

$x=5-5y$ $\qquad$ $x=\frac{3+5y}{3}$

Igualamos ambas expresiones

$$5-5y=\frac{3+5y}{3}$$

$$15-15y=3+5y$$

$$-5y-15y=3-15$$

$$-20y=-12 \quad //(-1)$$

$$y=\frac{12}{20}$$

$$y=\frac{3}{5}$$

Sustituimos el valor $y=\frac{3}{5}$ encontrado en una de las ecuaciones

$(1)\quad x+5y=5$

$$x+5\cdot\left(\frac{3}{5}\right)=5$$

$$x = 5 - 3$$
$$x = 2$$

iii. Método de sustitución

Ejemplo

$$\begin{cases} 4x + 3y = 18 \\ 5x - 6y = 3 \end{cases}$$

Despejamos una de las incógnitas en una de las ecuaciones (se elige la más sencilla la llamaremos ecuación 1)

$$(1) \quad 4x + 3y = 18$$
$$4x = 18 - 3y$$
$$x = \frac{18 - 3y}{4}$$

Sustituimos la expresión encontrada en la otra ecuación (llamada ecuación 2)

$$5x - 6y = 3 \qquad (2)$$
$$5\left(\frac{18 - 3y}{4}\right) - 6y = 3$$

Se procede a resolver una ecuación de primer grado con una incógnita para encontrar el valor real de dicha incógnita

$$\frac{90 - 15y}{4} - 6y = 3$$
$$90 - 15y - 24y = 12$$
$$-39y = 12 - 90$$
$$-39y = -78 \quad \cdot(-1)\,||$$

$$y = 2$$

Sustituimos el valor $y = 2$ encontrado en una de las ecuaciones del sistema para encontrar el valor de la segunda incógnita

$$5x - 6y = 3$$
$$5x - 6(2) = 3$$
$$5x - 12 = 3$$
$$x = \frac{15}{5}$$
$$x = 3$$

Ecuaciones de segundo grado

BANCO DE PREGUNTAS MATERIA: MATEMATICAS

La ecuación general de segundo grado o ecuación cuadrática con una sola incógnita se escribe de la forma: $ax^2+bx+c=0$ con $a,b\ y\ c\in\mathbb{R}$ además $a\neq 0$

Ejemplo 1

$$3x^2+7x+4=0$$

Solución

$3x^2+7x+4=0$

$3x \quad +4 \quad =+4x$

$x \quad +1 \quad =+3x$

$+7x$

aplicando el método de aspas

$(3x+4)(x+1)=0$ factorizando en **dos factores**

$3x+4=0 \quad , \quad x+1=0$ igualando cada factor a **cero**

$x_1=-\frac{4}{3} \quad , \quad x_2=-1$ despejando obtenemos las **raíces** de la ecuación

Ejemplo 2

$2x(3-x)=3$

Llevando la ecuación a la forma general tenemos:

$6x-2x^2=3$

$-2x^2+6x-3=0 \quad \bullet(-1)//$

$2x^2-6x+3=0$

Usamos la fórmula de la ecuación de segundo grado e identificamos los valores de $a,b\ y\ c$

$a=2 \quad b=-6 \quad c=3$

Remplazamos en la fórmula general y tenemos:

$$x_{1-2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4.a.c}}{2.a}$$

$$x_{1-2}=\frac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-4.2.3}}{2.2}$$

BANCO DE PREGUNTAS MATERIA: MATEMATICAS

$$x_1 = \frac{-(-6)-\sqrt{(-6)^2-4.2.3}}{2.2}$$

$$x_1 = \frac{6-\sqrt{36-24}}{4}$$

$$x_1 = \frac{6-\sqrt{12}}{4}$$

$$x_1 = \frac{6-\sqrt{2^2.3}}{4} \qquad x_2 = \frac{6+\sqrt{2^2.3}}{4}$$

$$x_1 = \frac{6-2\sqrt{3}}{4} \qquad x_2 = \frac{6+2\sqrt{3}}{4}$$

Ejemplo 3

$$3x^2+7x+4=0$$

Solución

$3x^2+7x+4=0$

$3x \quad +4 \quad =+4x$

$x \quad +1 \quad =+3x$

$+7x$

aplicando el método de aspas

$(3x+4)(x+1)=0$ factorizando en **dos factores**

$3x+4=0 \quad , \quad x+1=0$ igualando cada factor a **cero**

$x_1=-\frac{4}{3} \quad , \quad x_2=-1$ despejando obtenemos las **raíces** de la ecuación

BANCO DE PREGUNTAS MATERIA: MATEMATICAS

Ejemplo 4

$x^2-6x-55=0$ **Solución**

$x^2-6x-55=0$

$x \quad -11=-11x$

$x \quad +5=+5x$

$-6x$

aplicando el método de aspas

$(x-11)(x+5)=0$ factorizando en **dos factores**

$x-11=0 \quad , \quad x+5=0$ igualando cada factor a **cero**

$x_1=+11 \quad , \quad x_2=-5$ despejando obtenemos las **raíces** de la ecuación

Para verificar se debe sustituir los valores encontrados y se debe cumplir la igualdad

$x^2+m(m+1)=2mx+x$ eliminamos el paréntesis

$x^2+m^2+m=2mx+x$ Igualamos a cero la ecuación

$x^2-2mx-x+m^2+m=0$ Agrupamos los términos

$x^2-(2m+1)x+(m^2+m)=0$ Resolvemos la ecuación por la fórmula General

$a=1 \quad b=-(2m+1) \quad c=m^2+m$

$$x_{1-2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4.a.c}}{2.a}$$

$$x_{1-2}=\frac{-\left[-(2m+1)\right]\pm\sqrt{\left[-(2m+1)\right]^2-4.1.(m^2+m)}}{2.1}$$

$$x_{1-2}=\frac{2m+1\pm\sqrt{4m^2+4m+1-4m^2-4m}}{2}$$

$$x_{1-2}=\frac{2m+1\pm\sqrt{1}}{2}$$

$$x_1 = \frac{2m+1+1}{2} \qquad x_2 = \frac{2m+1-1}{2}$$

$$x_1 = \frac{2(m+1)}{2} \qquad x_2 = \frac{2m}{2}$$

$$\boxed{x_1 = m+1} \qquad \boxed{x_2 = m}$$

Ejemplo 5

$$\frac{3x-1}{x} - \frac{2x}{2x-1} = \frac{7}{6}$$

Solución

$$\frac{6(2x-1)(3x-1)-12x^2}{6x(2x-1)} = \frac{7x(2x-1)}{6x(2x-1)}$$

$$6\left(6x^2-2x-3x+1\right)-12x^2 = 14x^2-7x$$

$$36x^2-12x-18x+6 = 14x^2-7x$$

$$36x^2-14x^2-12x-18x+7x+6 = 0$$

$22x^2-23x+6=0$ **entonces** $a=22 \qquad b=-23 \qquad c=6$

$x_{1-2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4.a.c}}{2.a}$ resolvemos por la formula general

$$x_{1-2} = \frac{-(-23) \pm \sqrt{(-23)^2-4.(22).(6)}}{2.(22)}$$

$$x_{1-2} = \frac{23 \pm \sqrt{1}}{44}$$

$$x_1 = \frac{23-1}{44} = \frac{22}{44} \qquad x_2 = \frac{23+1}{44} = \frac{24}{44}$$

$$\boxed{x_1 = \frac{1}{2}} \qquad \boxed{x_2 = \frac{6}{11}}$$

BANCO DE PREGUNTAS MATERIA: MATEMATICAS

Ejercicios propuestos

1. $4(x-1)-5(3-x)=14x-2(5x-3)$ Sol. $x=5$
2. $x^2+3x-(x-2)=2(x-1)+(x^2-x)$ Sol. $x=-4$
3. $\frac{x+1}{x-1}-\frac{x-1}{x+1}+\frac{1}{x^2-1}=0$ Sol. $x=-\frac{1}{4}$
4. $\begin{cases}2x+y=6\\3x-y=4\end{cases}$ Sol. $\begin{matrix}x=2\\y=2\end{matrix}$
5. $\begin{cases}3x-4y=6\\x-y=1\end{cases}$ Sol. $\begin{matrix}x=-2\\y=-3\end{matrix}$
6. $\begin{cases}\frac{3x}{5}+\frac{y}{4}=2\\x=25+5y\end{cases}$ Sol. $\begin{matrix}x=5\\y=-4\end{matrix}$
7. $3x^2-7x=0$ Sol. $x_1=0\ \ x_2=\frac{7}{3}$
8. $2x^2-x-3=0$ Sol. $x_1=-1\ \ x_2=\frac{3}{2}$
9. $\frac{x^2}{16}-\frac{4}{49}=0$ Sol. $x_1=-\frac{8}{7}\ \ x_2=\frac{8}{7}$
10. $\frac{25}{2}-7x+x^2=0$ Sol. $x_1=-\frac{5}{6}+\frac{\sqrt{109}}{6}\ \ x_2=-\frac{5}{6}-\frac{\sqrt{109}}{6}$

BANCO DE PREGUNTAS MATERIA: MATEMATICAS

6. LOGARITMOS

Definición. -

Sea ***b*** un número real positivo diferente de uno, llamado base. El logaritmo de ***x*** llamado argumento con base *b* está definido por: $log_b\, x = y$ si y solo si $x = b^y$ para todo $x > 0$ y ; todo número real" *y* "

Ejemplo 1

$$log_8 \frac{1}{64} = x \quad \Rightarrow \quad \text{Sol.} \quad 8^x = \frac{1}{64}$$

$$2^{3x} = 2^{-6}$$

$$3x = -6$$

$$x = -2$$

Ejemplo 2

$log_5 (3x+1) = log_5 33 - log_5 66$

Solución

$log_5 (2x+1) = log_5 \left(\frac{33}{66}\right)$ aplicando la propiedad del cociente de dos logaritmos

$2x+1 = \frac{1}{2}$ aplicando la propiedad para eliminar los logaritmos

$2x = \frac{1}{2} - 1$ despejamos "*x*"

$\boxed{x = -\frac{1}{4}}$

Verificando el resultado en la ecuación original cuando $x = -\frac{1}{4}$.

$$log_5 \left[2\left(-\frac{1}{4}\right)+1\right] = log_5 33 - log_5 66$$

$$log_5 \left(-\frac{1}{2}+1\right) = log_5 \left(\frac{33}{66}\right)$$

$$log_5 \left(\frac{1}{2}\right) = log_5 \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Luego $x=-\frac{1}{4}$ verifica la igualdad, por tanto es solución de la ecuación.

Ejemplo 3

$7^{3x-1}=11^{5x}$ Aplicamos logaritmos a ambos miembros (bases son diferentes)

$(3x-1)log\,7=5x\,log\,11$ Aplicamos la propiedad de la potencia se despeja "x"

$3x\,log\,7-log\,7=5x\,log\,11$ Operando en el paréntesis

$x(3\,log\,7-5\,log\,11)=log\,7$ Trasponiendo términos y factorizando FC "x"

$x=\frac{log\,7}{3\,log\,7-5\,log\,11}$ Despejando "x"

$x\simeq -0.31632$

Verificando para $x\simeq -0.31632$

$7^{3(-0.31632)-1}=11^{5(-0.31632)}$

$0.022539\simeq 0.022538$

Se verifica la igualdad por tanto $x\simeq -0.31632$ es solución de la ecuación

Ejemplo 4

$64^{x}+8^{2x+\frac{1}{3}}+4^{3x+1}+2^{6x+3}=60$

$2^{6x}+\left(2^{3}\right)^{2x+\frac{1}{3}}+\left(2^{2}\right)^{3x+1}+2^{6x+3}=60$ descomponemos las bases en sus FP

$2^{6x}+2^{6x+1}+2^{6x+2}+2^{6x+3}=60$ usando leyes exponenciales

$2^{6x}+2^{6x}*2+2^{6x}*2^{2}+2^{6x}*2^{3}=60$ descomp. c/termino en productos de la misma base

$2^{6x}\left(1+2^{1}+2^{2}+2^{3}\right)=60$ factorizando el FC 2^{6x}

$2^{6x}=\frac{60}{15}$ Despejamos

$2^{6x}=2^{2}$ igualando bases e igualando los exponentes

$6x=2$

$x=\frac{1}{3}$ única Solución

BANCO DE PREGUNTAS MATERIA: MATEMATICAS

Ejemplo 5

$$\begin{cases} 8^{2x+1} = 2^{4y-4} \\ 5^{x-y+1} = \sqrt{25^{2y+1}} \end{cases}$$

Transformando las ecuaciones

$8^{2x+1} = 2^{4y-4}$ $\qquad$ $5^{x-y+1} = \sqrt{25^{2y+1}}$

$\left(2^3\right)^{2x+1} = 2^{4y-4}$ $\qquad$ $5^{x-y+1} = \left[\left(5^2\right)^{2y+1}\right]^{\frac{1}{2}}$ Descomponiendo las bases

$2^{6x+3} = 2^{4y-4}$ $\qquad$ $5^{x-y+1} = 5^{2y+1}$ $\qquad$ Aplicando el teorema de bases Iguales

$6x+3 = 2y-4$ $\qquad$ $x-y+1 = 2y+1$ $\qquad$ Igualamos los exponentes

$$\begin{cases} 6x+3 = 2y-4 \\ x-y+1 = 2y+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x-2y = -7 \\ x-3y = 0 \end{cases}$$ el sistema reducido se procede a resolver

Utilizamos el método de Sustitución despejando la variable "x" en la ecuación (2) para sustituir en la ecuación (1)

$x-3y=0$
$x=3y \quad (2)$ $\qquad$ Despejando en la ecuación (2)

$6x-2y=-7$ $\qquad$ Ecuación (1)

$6(3y)-2y=-7$ $\qquad$ Sustituyendo y reduciendo términos

$16y=-7$ $\qquad$ Despejando el valor de "y"

$y=-\frac{7}{16}$

Sustituimos $y=-\frac{7}{16}$ en la ecuación (2) para encontrar "x"

$x-3\left(-\frac{7}{16}\right)=0$ entonces $x=-\frac{21}{16}$

BANCO DE PREGUNTAS MATERIA: MATEMATICAS

Ejercicios propuestos

Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales

1. $4^{x-2}=\frac{2}{5}$ Sol. $x=5,9828$
2. $2^{1-x^2}=\frac{1}{16}$ Sol. $x=\sqrt{5}$
3. $\sqrt[4]{9^{x-3}}=\sqrt[5]{27^{x+2}}$ Sol. $x=-27$

Resuelve las ecuaciones logarítmicas

1. $\log_2(x+4)=2-\log_2(x+1)$ Sol. $x=0$
2. $\log_8\left(x^2+\frac{7}{64}\right)=-\frac{1}{3}$ Sol. $x_1=-\frac{5}{8}\quad x_2=\frac{5}{8}$
3. $\log_5\ 2x-1\ +\log_5\ x+2\ =2$ Sol. $x_1=-\frac{5+\sqrt{209}}{4}\quad x_2=-\frac{5-\sqrt{209}}{4}$

Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones

1. $\begin{cases}2^{x+y}=64\\3^{x-y}=9\end{cases}$ Sol. $x=4\quad y=2$
2. $\begin{cases}3^x-2^{y+1}=235\\3^{x-1}-2^{y-1}=79\end{cases}$ Sol. $x=5\quad y=2$
3. $\begin{cases}y-3x=70\\\log y-\log x^2=0\end{cases}$ Sol. $x_1=10\quad y_1=100$ $x_2=7\quad y_2=49$
4. $\begin{cases}\log x+\log y^3=5\\\log\left(\frac{x^2}{y}\right)=3\end{cases}$ Sol. $x=100\quad y=10$
5. $\begin{cases}\log_3(x+y)=5\\y-x=-43\end{cases}$ Sol. $x=143\quad y=100$

BANCO DE PREGUNTAS MATERIA: MATEMATICAS

BANCO DE PREGUNTAS MATERIA: MATEMATICAS