



# BANCO DE PREGUNTAS

**A UN PASO  
DE LA U**



## 1. PROPORCIONALIDAD

### Ejemplo 1

Si "a" es proporcional a "b" como 3 es a 5 además  $a + b = 48$  hallar el menor valor

Proporcionalidad

$$\frac{a}{b} = \frac{3}{5}$$

Relación

$$a + b = 48 \quad (2)$$

$$5a = 3b$$

$$5a - 3b = 0 \quad (1)$$

$$\begin{cases} 5a - 3b = 0 \\ a + b = 48 \end{cases} \text{ armamos el sistema de ecuaciones}$$

=

$$\begin{array}{r} \left\{ \begin{array}{l} 5a - 3b = 0 \\ a + b = 48 \end{array} \right. \begin{array}{l} 1 \\ 3 \end{array} \end{array}$$

Multiplicamos cada ecuación para reducir

$$5a - 3b = 0$$

$$3a + 3b = 144$$

Reducimos términos semejantes

$$8a = 144$$

$$a = \frac{144}{8} \quad \text{Simplificamos}$$

$$a = 18 \quad \text{La solución para una incógnita}$$

Sustituimos el valor de  $a = 18$  en la ecuación para determinar el valor de la segunda incógnita

$$\begin{array}{l} a + b = 48 \\ 18 + b = 48 \end{array} \text{reemplazamos en la segunda ecuación el valor de } a = 18$$

$$b = 48 - 18$$

$$b = 30$$

**R.** el menor valor es en  $a = 18$

**Ejemplo 2**

Repartir 25200 en partes directamente proporcionales a 5,7 y 9. Determinar cada una de las partes

		constante de proporcionalidad
<i>indice</i>	<i>Partes Prop.</i>	$k = \frac{\text{cantidad a repartir}}{\text{suma de indices}}$
$\left\{ \begin{array}{l} a = 5 \\ b = 7 \\ c = 9 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 5k \\ 7k \\ 9k \end{array} \right.$	$k = \frac{25200}{5+7+9}$
		$k = 1200$

Reparto proporcional

$$a = 5(1200) = 6000$$

$$b = 7(1200) = 8400$$

$$c = 9(1200) = 10800$$

$$\text{total} = 22500$$

**Ejemplo 3**

Cuatro socios reúnen 2'000000 de bolivianos de los cuales el primero pone 400000bs. El segundo  $\frac{3}{4}$  de lo que puso el primero, el tercero los  $\frac{5}{3}$  de lo que puso el segundo y el cuarto lo restante. Explotan una industria durante 4 años. Hay que repartir una ganancia de 1'500000 bolivianos. ¿Cuánto le toca al cuarto socio?

<i>capitales</i>			
$\left\{ \begin{array}{l} 1^\circ = 400000 \\ 2^\circ = \frac{3}{4}(400000) \\ 3^\circ = \frac{5}{3}(300000) \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} = 400000 \\ = 300000 \\ = 500000 \end{array} \right.$	<i>Indices</i>	
	$\text{total} = 1'200000$	$1^\circ = 400000$	$4k$
		$2^\circ = 300000$	$3k$
		$3^\circ = 500000$	$5k$
		$4^\circ = 800000$	$8k$

$$4^\circ \text{ socio } 2'000000 - 1'200000 = 800000$$

Calculamos la constante de proporcionalidad

$$k = \frac{1'500000}{4+3+5+8} = 75000$$

Reparto proporcional de las utilidades para los 4 socios

$$\begin{aligned} 1^\circ \text{socio} &= 4(75000) &= 300000 \\ 2^\circ \text{socio} &= 3(75000) &= 225000 \\ 3^\circ \text{socio} &= 5(75000) &= 375000 \\ 4^\circ \text{socio} &= 8(75000) &= 600000 \\ \text{Total} &&= 1'500000 \end{aligned}$$

R. al cuarto socio le corresponde Bs. 600000 de 1'500000 de utilidad.

#### Ejemplo 4.

Calcular el precio final de un televisor de \$Us. 240 y de un reloj de \$Us. 150 si se le aplica un descuento del 15% y 30% respectivamente.

Televisor	Reloj
Precio \$us. 240	Precio: \$Us. 150
Descuento 15%	Descuento 30%
$240 * \frac{15}{100} = 36$	$150 * \frac{30}{100} = 45$
Precio final = $240 - 36 = \$us.204$	Precio final = $150 - 45 = \$us.105$

R. Luego de aplicar el descuento del 15% al precio de venta del TV, el precio final es de \$us.204, mientras que al reloj se aplica un descuento del 30% obteniendo un precio final de \$us. 105.

**2. EXPRESIONES ALGEBRAICAS Y PRODUCTOS NOTABLES****2.1. VALOR NUMÉRICO****Ejemplo 1**

**Hallar el valor numérico de**  $5x^2 - 2xy + \frac{3}{2}x^4z - \frac{1}{4}y^2z^{-2}$  **par**  $x = \sqrt{2}$   $y = \sqrt{8}$   $z = -\frac{1}{3}$

$$= 5(\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} + \frac{3}{2}(\sqrt{2})^4 \left(-\frac{1}{3}\right) - \frac{1}{4}(\sqrt{8})^2 \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} \text{ Sustituimos los valores}$$

$$= 5 \cdot 2 - 2\sqrt{16} + \frac{3}{2} \cdot 4 \left(-\frac{1}{3}\right) - \frac{1}{4} \cdot 8(-3)^{-2} \text{ Aplicamos las potencias}$$

$$= 10 - 2 \cdot 4 + 3 \cdot 2 \left(-\frac{1}{3}\right) - 2 \cdot (-3)^2 \text{ Realizamos las operaciones jerárquicamente}$$

$$= 10 - 8 - 2 - 2 \cdot 9$$

$$= 10 - 8 - 2 - 18 \text{ Reducimos términos semejantes}$$

$$= -18 \text{ Solución}$$

**Ejemplo 2**

**Hallar el valor numérico de**  $\frac{1}{4}b^3 - a^2b + 3abc - 18a^3bc^2$  **Si**  $a = -\frac{1}{2}$   $b = -4$  **y**  $c = -\frac{1}{3}$

Reemplazamos cada uno de los valores y desarrollamos las potencias

$$\frac{1}{4}(-4)^3 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2(-4) + 3\left(-\frac{1}{2}\right)(-4)\left(-\frac{1}{3}\right) - 18\left(-\frac{1}{2}\right)^3(-4)\left(-\frac{1}{3}\right)^2 =$$

Simplificamos

$$\frac{1}{4}(-64) - \frac{1}{4}(-4) + 3\left(-\frac{1}{2}\right)(-4)\left(-\frac{1}{3}\right) - 18\left(-\frac{1}{8}\right)(-4) \cdot \frac{1}{9} =$$

Reducimos

$$-16 + 1 - 2 - 1 = -18 \text{ Solución}$$

**Ejemplo 3**

Hallar el valor numérico de:  $\frac{1-2x}{x} + \frac{2n+2}{n}$  Si  $x = \frac{1}{8}, n = -\frac{1}{2}$

$$\frac{1-2\left(\frac{1}{8}\right)}{\frac{1}{8}} + \frac{2\left(-\frac{1}{2}\right)+2}{-\frac{1}{2}} = \text{Sustituimos los valores y simplificamos}$$

$$\frac{1-\frac{1}{4}}{\frac{1}{8}} + \frac{-1+2}{-\frac{1}{2}} = \text{Resolvemos las fracciones complejas}$$

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{8}} + \frac{1}{-\frac{1}{2}} = 6-2=4 \text{ Reducimos las fracciones complejas y los términos semejantes}$$

**Ejemplo 4**

Hallar el valor numérico de:  $\sqrt{\frac{yz^{-4}}{y^{-1}x^{-2}}}$  Si  $x = \frac{1}{4}, y = \frac{7}{8}, z = 2$

$$\sqrt{\frac{\frac{7}{8} * (2)^{-4}}{\left(\frac{7}{8}\right)^{-1} * \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}}} \text{ Sustituimos los valores de cada valor literal}$$

$$\sqrt{\frac{\frac{7}{8} * \left(-\frac{1}{2}\right)^4}{\left(\frac{8}{7}\right) * \left(\frac{4}{1}\right)^2}} \text{ transformamos los exponentes negativos en positivos}$$

$$\sqrt{\frac{\frac{7}{8} * \frac{1}{16}}{\frac{8}{7} * 16}} = \sqrt{\frac{49 * 1}{64 * 256}} = \frac{7}{8} * \frac{1}{16} = \frac{7}{128} \text{ Aplicamos las potencias y operamos}$$

**Ejemplo 5**

Hallar el valor numérico de  $\sqrt[3]{1^n - m^{-1}} + (-1)^n - (m \div n)^{-1}$  Si  $m = \frac{8}{7}$   $n = 8$

Sustituimos los valores en cada uno de los valores literales

$$\sqrt[3]{1^8 - \left(\frac{8}{7}\right)^{-1}} + (-1)^8 - \left(\frac{8}{7} \div 8\right)^{-1} =$$

Hacemos las operaciones indicadas

$$\sqrt[3]{1 - \frac{7}{8}} + 1 - \left(\frac{1}{7}\right)^{-1} = \frac{1}{2} + 1 - 7 = -\frac{11}{2} \text{ Solución}$$

**2.2 Operaciones con polinomios****Ejemplo 1**

Si  $A = 2x^4 + \frac{5}{6}$ ;  $B = 2x^4 - \frac{3}{4}x^3 - 3x + \frac{15}{2}$   $C = \frac{13}{2}x^3 + 4x^2 + \frac{10}{3}$  **calcular**  $A + 2B - C$

Formulamos la operación ordenando los polinomios utilizando signos de agrupación

$$\begin{aligned} A + 2B - C &= 2x^4 + \frac{5}{6} + 2\left(2x^4 - \frac{3}{4}x^3 - 3x + \frac{15}{2}\right) - \left(\frac{13}{2}x^3 + 4x^2 + \frac{10}{3}\right) \\ &= 2x^4 + \frac{5}{6} + 4x^4 - \frac{3}{2}x^3 - 6x + 15 - \frac{13}{2}x^3 - 4x^2 - \frac{10}{3} \text{ extraemos los signos de agrupación} \\ &= 6x^4 - 8x^3 - 4x^2 - 6x - \frac{25}{6} \text{ Reducimos términos semejantes y ordenamos el polinomio} \\ &= 6x^4 - 8x^3 - 4x^2 - 6x - \frac{25}{6} \text{ Solución} \end{aligned}$$

**Ejemplo 2**

Si  $A = 3x^2 - 3x - 9$ ;  $B = x^2 - x + 2$  **calcular**  $A \times B$

$$A \times B : (3x^2 - 3x - 9) (x^2 - x + 2)$$

Multiplicamos los coeficientes aplicando la ley de signos para el producto y en la parte literal común se suman los exponentes

$$\begin{aligned}
&= (3 \times 1)x^{2+2} - (3 \times 1)x^{2+1} + (3 \times 2)x^2 - (3 \times 1)x^{1+2} + (3 \times 1)x^{1+1} - (3 \times 2)x - (9 \times 1)x^2 + (9 \times 1)x - (9 \times 2) \\
&= 3x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 3x^3 + 3x^2 - 6x - 9x^2 + 9x - 18 \text{ reduciendo términos semejantes} \\
&= 3x^4 - 6x^3 + 3x^2 - 6x + 9x - 18 \text{ Solución}
\end{aligned}$$

**Ejemplo 3**

Dados los polinomios:

$$A = \frac{3}{5}a^2 - \frac{5}{6}ab + \frac{2}{9}b^2; B = -\frac{3}{2}ab - \frac{1}{3}b^2 + \frac{1}{4}; C = \frac{2}{9}a^2 - \frac{2}{3}b^2 + \frac{1}{9}ab \text{ y}$$

$$D = \frac{17}{45}a^2 - \frac{22}{9}ab - \frac{3}{2}b^2$$

Determinar:  $(A + B) \times (C + D)$

Formulamos las operaciones del primer factor

$$(A + B) = \frac{3}{5}a^2 + \frac{5}{6}ab + \frac{2}{9}b^2 + \frac{3}{2}ab - \frac{1}{3}b^2$$

$$(A + B) = \frac{3}{5}a^2 + \frac{7}{3}ab - \frac{1}{9}b^2$$

Formulamos las operaciones del segundo factor

$$(C + D) = \frac{2}{9}a^2 + \frac{1}{9}ab - \frac{2}{3}b^2 + \frac{17}{45}a^2 - \frac{22}{9}ab - \frac{3}{2}b^2$$

$$(C + D) = \frac{3}{5}a^2 - \frac{7}{3}ab - \frac{13}{6}b^2$$

Multiplicamos el resultado de los dos factores

$$(A + B) \times (C + D) = \left( \frac{3}{5}a^2 + \frac{7}{3}ab - \frac{1}{9}b^2 \right) \times \left( \frac{3}{5}a^2 - \frac{7}{3}ab - \frac{13}{6}b^2 \right)$$

$$(A + B) \times (C + D) = \frac{9}{25}a^4 - \frac{7}{5}a^3b - \frac{13}{10}a^2b^2 + \frac{7}{5}a^3b - \frac{49}{9}a^2b^2 - \frac{91}{18}ab^3 - \frac{1}{5}a^2b^2 + \frac{7}{27}ab^3 + \frac{13}{54}b^4$$

$$(A + B) \times (C + D) = \frac{9}{25}a^4 - \frac{613}{90}a^2b^2 - \frac{259}{54}ab^3 + \frac{13}{54}b^4$$

**Ejemplo 4**

Dados los polinomios:

$$B = -\frac{3}{2}ab - \frac{1}{3}b^2 + \frac{1}{4}; \quad C = \frac{2}{9}a^2 - \frac{2}{3}b^2 + \frac{1}{9}ab \quad \text{y} \quad D = \frac{17}{45}a^2 - \frac{22}{9}ab - \frac{3}{2}b^2$$

Determinar:  $B + 3C - 2D$

$$B + 3C - 2D = \left(-\frac{3}{2}ab - \frac{1}{3}b^2 + \frac{1}{4}\right) + 3\left(\frac{2}{9}a^2 - \frac{2}{3}b^2 + \frac{1}{9}ab\right) - 2\left(\frac{17}{45}a^2 - \frac{22}{9}ab - \frac{3}{2}b^2\right)$$

$$B + 3C - 2D = -\frac{3}{2}ab - \frac{1}{3}b^2 + \frac{1}{4} + \frac{2}{3}a^2 - 2b^2 + \frac{1}{3}ab - \frac{34}{45}a^2 + \frac{44}{9}ab + 3b^2$$

$$B + 3C - 2D = -\frac{4}{45}a^2 + \frac{67}{18}ab + \frac{2}{3}b^2$$

**2.3 Productos notables****Ejemplo 1**

Hallar el producto notable  $(x-5)^2 =$

Aplicamos la regla del cuadrado de un binomio  $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

$$(x-5)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2$$

$$(x-5)^2 = x^2 - 10x + 25 \quad \text{Solución}$$

**Ejemplo 2**

**Desarrollar el producto notable  $(4-5x+x^2)^2 =$**

Aplicamos la regla del cuadrado de un Polinomio

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

$$(4-5x+x^2)^2 = 4^2 + (-5x)^2 + (x^2)^2 + 2(4)(-5x) + 2(4)(x^2) + 2(-5x)(x^2)$$

$$(4-5x+x^2)^2 = 16 + 25x^2 + x^4 - 40x + 8x^2 - 10x^3 \quad \text{Solución}$$

Reducimos y Ordenamos la Solución en forma descendente

$$(4 - 5x + x^2)^2 = x^4 - 10x^3 + 33x^2 - 40x + 16$$

**Ejemplo 3**

$$(4 + x)(4 - x) =$$

Aplicamos la regla del producto de la suma por su diferencia

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$(4 + x)(4 - x) = 4^2 - x^2$$

$$(4 + x)(4 - x) = 16 - x^2 \quad \text{Solución}$$

**Ejemplo 4**

$$(m + 9)(m - 5) =$$

Aplicamos el producto de la forma

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a \pm b)x + (a \times b)$$

$$= (m + 9)(m - 5) = m^2 + (9 - 5)m + (9)(-5)$$

$$= (m + 9)(m - 5) = m^2 + 4m - 45 \quad \text{Solución}$$

**Ejemplo 5**

$$(2 + x)^3 =$$

Aplicando la regla del cubo de un binomio

$$(a + b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$(2 + x)^3 = 2^3 + 3 \cdot 2^2 \cdot x + 3 \cdot 2 \cdot x^2 + x^3$$

$$(2 + x)^3 = 8 + 3 \cdot 4 \cdot x + 3 \cdot 2 \cdot x^2 + x^3$$

$$(2 + x)^3 = 8 + 12x + 6x^2 + x^3$$

**Ejemplo 6**

$$(a^3 + 10)^2 = (a^3)^2 + 2 * a^3 * 10 + 10^2$$

$$= a^6 + 20a^3 + 100$$

**Ejemplo 7**

**Desarrollar el producto notable**  $\left(\frac{2}{3}m^x - 1\right)^2 =$

Aplicamos el cuadrado de un binomio:

$$\left(\frac{2}{3}m^x - 1\right)^2 = \left(\frac{2}{3}m^x\right)^2 - 2 * \frac{2}{3}m^x * 1 + 1^2$$

$$\left(\frac{2}{3}m^x - 1\right)^2 = \frac{4}{9}m^{2x} - \frac{4}{3}m^x + 1$$

**Ejemplo 8**

**Desarrollar el producto notable**  $(3m^2 + 12m + 5)^2 =$

$$(3m^2 + 12m + 5)^2 = (3m^2)^2 + (12m)^2 + 5^2 + 2 * 3m^2 * 12m + 2 * 3m^2 * 5 + 2 * 12m * 5$$

$$(3m^2 + 12m + 5)^2 = 9m^4 + 144m^2 + 25 + 72m^3 + 30m^2 + 120m$$

**Ejemplo 9**

**Determinar el producto notable**  $(x^2 + b)(x^2 - b) =$

Aplicamos la regla del producto de la suma por su diferencia

$$(x^2 + b)(x^2 - b) = (x^2)^2 - b^2 = x^4 - b^2$$

**Ejemplo 10**

**Determinar el producto notable**  $\left(\frac{1}{3} - x^3\right)\left(\frac{1}{3} + x^3\right) =$

$$\left(\frac{1}{3} - x^3\right)\left(\frac{1}{3} + x^3\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^2 - (x^3)^2 = \frac{1}{9} - x^6$$

**Ejemplo 11**

**Desarrollar el producto notable**  $(a - 12)(a - 5) =$

Aplicamos el producto de la forma

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a \pm b)x + (a \times b)$$

$$(a-12)(a-5) = a^2 + (-12-5)a + (-12)(-5)$$

$$(a-12)(a-5) = a^2 - 17a + 60$$

#### 4. FACTORIZACIÓN

##### Ejemplo 1

Descomponiendo factores primos los coeficientes de  $c$ /término

$$6x^2 - 4x = 3 \cdot 2x^2 - 2 \cdot 2x$$

Factorizamos el Factor común monomio  $2x$

$$6x^2 - 4x = 2x(3x - 2)$$

##### Ejemplo 2

Como son 4 términos los agrupamos en dos grupos para factorizar cada grupo

$$\begin{aligned} 2mx + n^2x - 2my - n^2y &= (2mx + n^2x) + (-2my - n^2y) \\ &= x(2m + n^2) - y(2m + n^2) \text{ sacamos el factor común monomio} \\ &= (2m + n^2)(x - y) \text{ extraemos el factor común polinomio} \\ &= \boxed{(2m + n^2)(x - y)} \text{ Solución} \end{aligned}$$

##### Ejemplo 3

Aplicamos la identidad  $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

$$4 - 25x^2 = (2 + 5x)(2 - 5x) \text{ Factorizamos como diferencia de cuadrados perfectos}$$

##### Ejemplo 4

Factorizamos el trinomio cuadrado perfecto

$$x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2$$

$$\downarrow 2 \cdot 3 \cdot x \downarrow$$

$$x \quad 3$$



$$= (2c + 3)(4c^2 - 1) \text{ Solución}$$

### Ejemplo 9

**Factorizar:**  $3p^4q + 12p^3q^3 + 12p^2q^5r^2 =$

Sacamos el Factor común monomio

$$3p^4q + 12p^3q^3 + 12p^2q^5r^2 = 3p^2q(p^2 + 4pq^2r + 4q^4r^2)$$

Factorizamos el TCP

$$= 3p^2q(p^2 + 4pq^2r + 4q^4r^2)$$

$$= 3p^2q(p + 2q^2r)^2 \text{ Solución}$$

### Ejemplo 10

Factorizar:  $(x^2 + y + 1)^2 - (x^2 - y + 1)^2 =$

Aplicamos la identidad  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

$$(x^2 + y + 1)^2 - (x^2 - y + 1)^2 = [(x^2 + y + 1) + (x^2 - y + 1)][(x^2 + y + 1) - (x^2 - y + 1)]$$

Quitamos los corchetes

$$(x^2 + y + 1)^2 - (x^2 - y + 1)^2 = (x^2 + y + 1 + x^2 - y + 1)(x^2 + y + 1 - x^2 + y - 1)$$

Reducimos los términos semejantes

$$(x^2 + y + 1)^2 - (x^2 - y + 1)^2 = (2x^2 + 2)2y$$

En el primer factor sacamos el factor común monomio que es el valor de 2

$$(x^2 + y + 1)^2 - (x^2 - y + 1)^2 = 2(x^2 + 1)2y$$

Reducimos términos semejantes

$$(x^2 + y + 1)^2 - (x^2 - y + 1)^2 = 4y(x^2 + 1) \text{ Solución}$$

**Ejercicios propuestos**

- |                                    |  |
|------------------------------------|--|
| 1. $5a^2b - 10ab^2 + 5a^2b^2$      | <b>Sol.</b> $5ab(a - 2b + ab)$           |
| 2. $7m^2n^3 + 14m^3n^2 - 21m^3n^4$ | <b>Sol.</b> $7m^2n^2(n + 2m - 3mn^2)$    |
| 1. $25x^2 - 1$                     | <b>Sol.</b> $(5x - 1)(5x + 1)$           |
| 2. $x^6y^4 - 121$                  | <b>Sol.</b> $(x^3y^2 - 11)(x^3y^2 + 11)$ |
| 3. $x^3 + 27$                      | <b>Sol.</b> $(x + 3)(x^2 - 3x + 9)$      |
| 4. $9x^2 - 6x + 1$                 | <b>Sol.</b> $(3x - 1)^2$                 |
| 5. $49a^2 + 28a + 4$               | <b>Sol.</b> $(7a + 2)^2$                 |
| 6. $x^2 - 5x - 36$                 | <b>Sol.</b> $(x - 9)(x + 4)$             |
| 7. $m^2 + 13m - 90$                | <b>Sol.</b> $(m + 18)(m - 5)$            |
| 8. $2x^2 + 7x + 3$                 | <b>Sol.</b> $(2x + 1)(x + 3)$            |
| 9. $6a^2 + 5a - 4$                 | <b>Sol.</b> $(3a + 4)(2a - 1)$           |
| 10. $2x^4 + 3x^3 - 6x^2 - 9x$      | <b>Sol.</b> $x(2x + 3)(x^2 - 3)$         |
| 11. $am + 6bn + 3bm + 2an$         | <b>Sol.</b> $(a + 3b)(m + 2n)$           |
| 12. $4x^2 - 16x + 15$              | <b>Sol.</b> $(2x - 5)(2x - 3)$           |

**5. FRACCIONES ALGEBRAICAS****Ejemplo 1**

Simplificar

$$\frac{9b - bx^2}{3x - 3y - x^2 + xy} = \frac{b(9 - x^2)}{3(x - y) - x(x - y)}$$

Factorizamos el numerador y el denominador

$$= \frac{b(3 - x)(3 + x)}{(x - y)(3 - x)} = \frac{b(3 + x)}{(x - y)}$$

Simplificamos y obtenemos la Solución

**Ejemplo 2**

Calcular

$$\frac{1}{x+2a} + \frac{1}{x-2a} - \frac{4a}{x^2-4a^2} =$$

$$\frac{1}{x+2a} + \frac{1}{x-2a} - \frac{4a}{(x+2a)(x-2a)} = \text{Factorizando el denominador del 3º término}$$

$$= \frac{x-2a+x+2a-4a}{(x+2a)(x-2a)} \text{ Calculamos el común denominador y operamos en cada término}$$

$$= \frac{2x-2a+2a-4a}{(x+2a)(x-2a)} \text{ Reduciendo TS y simplificando}$$

$$= \frac{2x-4a}{(x+2a)(x-2a)} \text{ Solución}$$

### Ejemplo 3

Multiplicar

$$\frac{a-b}{a^2+ab} \times \frac{a^4-b^4}{a^2-2ab+b^2} =$$

$$= \frac{a-b}{a(a+b)} \times \frac{(a^2+b^2)(a^2-b^2)}{(a-b)^2} \text{ factorizando cada factor}$$

$$= \frac{\cancel{a-b}}{a(a+b)} \times \frac{(a^2+b^2)\cancel{(a-b)}(a+b)}{(\cancel{a-b})^2} \text{ Simplificando}$$

$$= \frac{a^2+b^2}{a} \text{ Solución}$$

### Ejemplo 4

Determinar el valor de A en las operaciones combinadas de la fracción algebraica:

$$A = \left( 3 - \frac{4b+20a}{2b+5a} \right) \div \left( 4 - \dots \right)$$

### Ejercicios propuestos

Simplificar

$$1. \frac{a^2-b^2}{(a-b)^2} =$$

$$\text{Sol. } \frac{a+b}{a-b}$$

$$2. \frac{3x^2 + 26x + 35}{2x^2 + 17x + 21} = \text{Sol. } \frac{3x+5}{2x+3}$$

$$3. \frac{(2x+y)(9z^2 - a^2)}{(3z-a)(4x^2 - y^2)} = \text{Sol. } \frac{3z+a}{2x-y}$$

Calcular

$$1. \frac{4}{1+x} - \frac{3}{1-x^2} = \text{Sol. } \frac{1-4x}{1-x^2}$$

$$2. \frac{x-y}{x+y} - \frac{x+y}{x-y} + \frac{xy}{x^2-y^2} = \text{Sol. } \frac{-3xy}{x^2-y^2}$$

Multiplicar

$$1. \frac{x^2 - x - 12}{x^2 + x - 2} \cdot \frac{x^2 - 1}{x^2 + 4x + 3} = \text{Sol. } \frac{x-4}{x+2}$$

$$2. \frac{a-b}{a^2 + ab} \cdot \frac{a^4 - b^4}{a^2 - 2ab + b^2} = \text{Sol. } \frac{a^2 + b^2}{a}$$

Dividir

(Nota: par dividir dos, fracciones se invierte la segunda fracción transformando la división en multiplicación y se procede como tal)

$$1. \frac{25ab}{a^2 - c^2} \div \frac{10bc}{a+c} = \text{Sol. } \frac{5a}{2c(a-c)}$$

$$2. \frac{x^2 - 25}{x^2 - 16} \div \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + x - 12} = \text{Sol. } \frac{x-5}{x-4}$$

$$3. \left( \frac{1+x}{1-x} - \frac{1-x}{1+x} \right) \div \left[ \left( \frac{1+x}{1-x} - 1 \right) \left( 1 - \frac{1}{1+x} \right) \right] \text{Sol. } \frac{2}{x}$$

$$4. \frac{y^2 + 12y - 64}{y^2 - 64} * \frac{y^2 - 64}{y^2 + 24y + 128} \div \frac{y^2 - 16y + 4}{y^2 + 4y + 16}$$

## 5. ECUACIONES EN GENERAL

### ECUACIONES DE PRIMER GRADO

Una ecuación lineal o de primer grado con una incógnita tiene la forma:

$$ax + b = 0 \text{ donde } a \neq 0$$

#### Ejemplo 1

$$6 - (6x - 4) = 6x - 4(2x - 3) \text{ eliminamos los signos de agrupación}$$

$$6 - 6x + 4 = 6x - 8x + 12 \text{ trasladamos los términos al primer miembro}$$

$$6 - 6x + 4 - 6x + 8x - 12 = 0 \text{ reducimos términos semejantes}$$

$$-4x - 2 = 0 \quad / \cdot (-1) \text{ cambiamos de signo la incógnita volviéndola positiva}$$

$$4x + 2 = 0 \quad \text{despejamos "x"}$$

$$x = -\frac{2}{4} \text{ simplificamos}$$

$$x = -\frac{1}{2} \text{ solución}$$

#### Ejemplo 2

$$x - \frac{5x + 11}{6} = \frac{2x - 1}{3} - \frac{3x + 1}{4} \quad // m.c.d = 12$$

$$12x - 2(5x + 11) = 4(2x - 1) - 3(3x + 1) \text{ eliminamos los signos de agrupación}$$

$$12x - 10x - 22 = 8x - 4 - 9x - 3$$

$$12x - 10x - 22 - 8x + 4 + 9x + 3 = 0$$

$$3x - 15 = 0$$

$$x = 5$$

### SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES CON DOS VARIABLES.

#### Métodos de resolución

##### i. Eliminación por adición y sustracción

$$\begin{cases} 2x + y = 4 & / 1 \\ -x + 3y = 5 & / 2 \end{cases} \text{ multiplicar c/ec. por un número para igualar los coeficientes}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ -2x + 6y = 10 \end{cases} \text{ Reducimos las ecuaciones}$$

$$7y = 14 \text{ Resolvemos la ecuación de primer grado con una incógnita}$$

$$y = \frac{14}{7} \text{ Despejamos la variable}$$

$$y = 2 \text{ El valor encontrado}$$

Para encontrar el valor de la otra variable sustituimos en una de las ecuaciones el valor encontrado de  $y = 2$

$$\text{Ecuación (1)} \quad 2x + y = 4$$

$$\text{Sustituyendo} \quad 2x + 2 = 4$$

$$\text{Resolvemos la ecuación} \quad 2x = 4 - 2$$

$$\text{Despejamos "x"} \quad 2x = 2$$

$$\text{El valor encontrado} \quad x = 1$$

**Nota:** la ecuación tiene una solución única. Sol. ( $x=1$  ,  $y=2$ )

## ii. Método de igualación

$$\begin{cases} x + 5y = 5 \\ 3x - 5y = 3 \end{cases}$$

Despejamos de cada ecuación la incógnita "x"

$$(1) \quad x + 5y = 5$$

$$(2) \quad 3x - 5y = 3$$

$$x = 5 - 5y$$

$$x = \frac{3 + 5y}{3}$$

Igualamos ambas expresiones

$$5 - 5y = \frac{3 + 5y}{3}$$

$$15 - 15y = 3 + 5y$$

$$-5y - 15y = 3 - 15$$

$$-20y = -12 \quad //(-1)$$

$$y = \frac{12}{20}$$

$$y = \frac{3}{5}$$

Sustituimos el valor  $y = \frac{3}{5}$  encontrado en una de las ecuaciones

$$(1) \quad x + 5y = 5$$

$$x + 5 \cdot \left(\frac{3}{5}\right) = 5$$

$$x = 5 - 3$$

$$x = 2$$

### iii. Método de sustitución

#### Ejemplo

$$\begin{cases} 4x + 3y = 18 \\ 5x - 6y = 3 \end{cases}$$

Despejamos una de las incógnitas en una de las ecuaciones (se elige la más sencilla la llamaremos ecuación 1)

$$(1) \quad 4x + 3y = 18$$

$$4x = 18 - 3y$$

$$x = \frac{18 - 3y}{4}$$

Sustituimos la expresión encontrada en la otra ecuación (llamada ecuación 2)

$$5x - 6y = 3 \quad (2)$$

$$5\left(\frac{18 - 3y}{4}\right) - 6y = 3$$

Se procede a resolver una ecuación de primer grado con una incógnita para encontrar el valor real de dicha incógnita

$$\frac{90 - 15y}{4} - 6y = 3$$

$$90 - 15y - 24y = 12$$

$$-39y = 12 - 90$$

$$-39y = -78 \quad \cdot(-1) \parallel$$

$$y = 2$$

Sustituimos el valor  $y = 2$  encontrado en una de las ecuaciones del sistema para encontrar el valor de la segunda incógnita

$$5x - 6y = 3$$

$$5x - 6(2) = 3$$

$$5x - 12 = 3$$

$$x = \frac{15}{5}$$

$$x = 3$$

#### Ecuaciones de segundo grado

La ecuación general de segundo grado o ecuación cuadrática con una sola incógnita se escribe de la forma:  $ax^2 + bx + c = 0$  con  $a, b$  y  $c \in \mathbb{R}$  además  $a \neq 0$

### Ejemplo 1

$$3x^2 + 7x + 4 = 0$$

#### Solución

$$\begin{array}{r}
 3x^2 + 7x + 4 = 0 \\
 3x \quad +4 \quad = +4x \\
 x \quad +1 \quad = +3x \\
 \hline
 \quad \quad \quad +7x
 \end{array}$$

aplicando el método de aspas

$$(3x+4)(x+1) = 0 \quad \text{factorizando en dos factores}$$

$$3x+4=0 \quad , \quad x+1=0 \quad \text{igualando cada factor a cero}$$

$$x_1 = -\frac{4}{3} \quad , \quad x_2 = -1 \quad \text{despejando obtenemos las raíces de la ecuación}$$

### Ejemplo 2

$$2x(3-x) = 3$$

Llevando la ecuación a la forma general tenemos:

$$6x - 2x^2 = 3$$

$$-2x^2 + 6x - 3 = 0 \quad \cdot(-1) //$$

$$2x^2 - 6x + 3 = 0$$

Usamos la fórmula de la ecuación de segundo grado e identificamos los valores de  $a, b$  y  $c$

$$a = 2 \quad b = -6 \quad c = 3$$

Remplazamos en la fórmula general y tenemos:

$$x_{1-2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a}$$

$$x_{1-2} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4.2.3}}{2.2}$$

$$x_1 = \frac{-(-6) - \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3}}{2 \cdot 2}$$

$$x_1 = \frac{6 - \sqrt{36 - 24}}{4}$$

$$x_1 = \frac{6 - \sqrt{12}}{4}$$

$$x_1 = \frac{6 - \sqrt{2^2 \cdot 3}}{4}$$

$$x_2 = \frac{6 + \sqrt{2^2 \cdot 3}}{4}$$

$$x_1 = \frac{6 - 2\sqrt{3}}{4}$$

$$x_2 = \frac{6 + 2\sqrt{3}}{4}$$

### Ejemplo 3

$$3x^2 + 7x + 4 = 0$$

#### Solución

$$3x^2 + 7x + 4 = 0$$

$$3x \quad +4 \quad = +4x$$

$$x \quad +1 \quad = +3x$$

$$+7x$$

aplicando el método de aspas

$$(3x+4)(x+1) = 0 \quad \text{factorizando en dos factores}$$

$$3x+4=0 \quad , \quad x+1=0 \quad \text{igualando cada factor a cero}$$

$$x_1 = -\frac{4}{3} \quad , \quad x_2 = -1 \quad \text{despejando obtenemos las raíces de la ecuación}$$

**Ejemplo 4**

$$x^2 - 6x - 55 = 0 \quad \text{Solución}$$

$$x^2 - 6x - 55 = 0$$

$$x - 11 = -11x$$

$$x + 5 = +5x$$

$$-6x$$

aplicando el método de aspas

$$(x - 11)(x + 5) = 0$$

factorizando en **dos factores**

$$x - 11 = 0 \quad , \quad x + 5 = 0$$

igualando cada factor a **cero**

$$x_1 = +11 \quad , \quad x_2 = -5$$

despejando obtenemos las **raíces** de la ecuación

Para verificar se debe sustituir los valores encontrados y se debe cumplir la igualdad

$$x^2 + m(m + 1) = 2mx + x$$

eliminamos el paréntesis

$$x^2 + m^2 + m = 2mx + x$$

Igualamos a cero la ecuación

$$x^2 - 2mx - x + m^2 + m = 0$$

Agrupamos los términos

$$x^2 - (2m + 1)x + (m^2 + m) = 0$$

Resolvemos la ecuación por la fórmula General

$$a = 1 \quad b = -(2m + 1) \quad c = m^2 + m$$

$$x_{1-2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a}$$

$$x_{1-2} = \frac{-[-(2m + 1)] \pm \sqrt{[-(2m + 1)]^2 - 4.1.(m^2 + m)}}{2.1}$$

$$x_{1-2} = \frac{2m + 1 \pm \sqrt{4m^2 + 4m + 1 - 4m^2 - 4m}}{2}$$

$$x_{1-2} = \frac{2m + 1 \pm \sqrt{1}}{2}$$

$$x_1 = \frac{2m+1+1}{2}$$

$$x_2 = \frac{2m+1-1}{2}$$

$$x_1 = \frac{\cancel{2}(m+1)}{\cancel{2}}$$

$$x_2 = \frac{\cancel{2}m}{\cancel{2}}$$

$$\boxed{x_1 = m+1}$$

$$\boxed{x_2 = m}$$

### Ejemplo 5

$$\frac{3x-1}{x} - \frac{2x}{2x-1} = \frac{7}{6}$$

### Solución

$$\frac{6(2x-1)(3x-1) - 12x^2}{6x(2x-1)} = \frac{7x(2x-1)}{6x(2x-1)}$$

$$6(6x^2 - 2x - 3x + 1) - 12x^2 = 14x^2 - 7x$$

$$36x^2 - 12x - 18x + 6 = 14x^2 - 7x$$

$$36x^2 - 14x^2 - 12x - 18x + 7x + 6 = 0$$

$$22x^2 - 23x + 6 = 0 \text{ entonces } a = 22 \quad b = -23 \quad c = 6$$

$$x_{1-2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a} \text{ resolvemos por la formula general}$$

$$x_{1-2} = \frac{-(-23) \pm \sqrt{(-23)^2 - 4.(22).(6)}}{2.(22)}$$

$$x_{1-2} = \frac{23 \pm \sqrt{1}}{44}$$

$$x_1 = \frac{23-1}{44} = \frac{22}{44}$$

$$x_2 = \frac{23+1}{44} = \frac{24}{44}$$

$$\boxed{x_1 = \frac{1}{2}}$$

$$\boxed{x_2 = \frac{6}{11}}$$

**Ejercicios propuestos**

1.  $4(x-1) - 5(3-x) = 14x - 2(5x-3)$  Sol.  $x = 5$
2.  $x^2 + 3x - (x-2) = 2(x-1) + (x^2 - x)$  Sol.  $x = -4$
3.  $\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{x^2-1} = 0$  Sol.  $x = -\frac{1}{4}$
4.  $\begin{cases} 2x + y = 6 \\ 3x - y = 4 \end{cases}$  Sol.  $x = 2$   
 $y = 2$
5.  $\begin{cases} 3x - 4y = 6 \\ x - y = 1 \end{cases}$  Sol.  $x = -2$   
 $y = -3$
6.  $\begin{cases} \frac{3x}{5} + \frac{y}{4} = 2 \\ x = 25 + 5y \end{cases}$  Sol.  $x = 5$   
 $y = -4$
7.  $3x^2 - 7x = 0$  Sol.  $x_1 = 0$   $x_2 = \frac{7}{3}$
8.  $2x^2 - x - 3 = 0$  Sol.  $x_1 = -1$   $x_2 = \frac{3}{2}$
9.  $\frac{x^2}{16} - \frac{4}{49} = 0$  Sol.  $x_1 = -\frac{8}{7}$   $x_2 = \frac{8}{7}$
10.  $\frac{25}{2} - 7x + x^2 = 0$  Sol.  $x_1 = -\frac{5}{6} + \frac{\sqrt{109}}{6}$   $x_2 = -\frac{5}{6} - \frac{\sqrt{109}}{6}$

## 6. LOGARITMOS

### Definición. -

Sea  $b$  un número real positivo diferente de uno, llamado base. El logaritmo de  $x$  llamado argumento con base  $b$  está definido por:  $\log_b x = y$  si y solo si  $x = b^y$  para todo  $x > 0$  y ; todo número real”  $y$ ”

### Ejemplo 1

$$\log_8 \frac{1}{64} = x \quad \Rightarrow \quad \text{Sol.} \quad 8^x = \frac{1}{64}$$

$$2^{3x} = 2^{-6}$$

$$3x = -6$$

$$x = -2$$

### Ejemplo 2

$$\log_5(3x+1) = \log_5 33 - \log_5 66$$

### Solución

$$\log_5(2x+1) = \log_5\left(\frac{33}{66}\right) \text{ aplicando la propiedad del cociente de dos logaritmos}$$

$$2x+1 = \frac{1}{2} \text{ aplicando la propiedad para eliminar los logaritmos}$$

$$2x = \frac{1}{2} - 1 \text{ despejamos “x”}$$

$$\boxed{x = -\frac{1}{4}}$$

Verificando el resultado en la ecuación original cuando  $x = -\frac{1}{4}$ .

$$\log_5\left[2\left(-\frac{1}{4}\right)+1\right] = \log_5 33 - \log_5 66$$

$$\log_5\left(-\frac{1}{2}+1\right) = \log_5\left(\frac{33}{66}\right)$$

$$\log_5\left(\frac{1}{2}\right) = \log_5\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Luego  $x = -\frac{1}{4}$  verifica la igualdad, por tanto es solución de la ecuación.

### Ejemplo 3

$7^{3x-1} = 11^{5x}$  Aplicamos logaritmos a ambos miembros (bases son diferentes)

$(3x-1)\log 7 = 5x\log 11$  Aplicamos la propiedad de la potencia se despeja "x"

$3x\log 7 - \log 7 = 5x\log 11$  Operando en el paréntesis

$x(3\log 7 - 5\log 11) = \log 7$  Trasponiendo términos y factorizando FC "x"

$x = \frac{\log 7}{3\log 7 - 5\log 11}$  Despejando "x"

$x \approx -0.31632$

Verificando para  $x \approx -0.31632$

$7^{3(-0.31632)-1} = 11^{5(-0.31632)}$

$0.022539 \approx 0.022538$

Se verifica la igualdad por tanto  $x \approx -0.31632$  es solución de la ecuación

### Ejemplo 4

$$64^x + 8^{2x+\frac{1}{3}} + 4^{3x+1} + 2^{6x+3} = 60$$

$$2^{6x} + (2^3)^{2x+\frac{1}{3}} + (2^2)^{3x+1} + 2^{6x+3} = 60 \text{ descomponemos las bases en sus FP}$$

$$2^{6x} + 2^{6x+1} + 2^{6x+2} + 2^{6x+3} = 60 \text{ usando leyes exponenciales}$$

$$2^{6x} + 2^{6x} * 2 + 2^{6x} * 2^2 + 2^{6x} * 2^3 = 60 \text{ descomp. c/termino en productos de la misma base}$$

$$2^{6x} (1 + 2^1 + 2^2 + 2^3) = 60 \text{ factorizando el FC } 2^{6x}$$

$$2^{6x} = \frac{60}{15} \text{ Despejamos}$$

$$2^{6x} = 2^2 \text{ igualando bases e igualando los exponentes}$$

$$6x = 2$$

$$x = \frac{1}{3} \text{ única Solución}$$

**Ejemplo 5**

$$\begin{cases} 8^{2x+1} = 2^{4y-4} \\ 5^{x-y+1} = \sqrt{25^{2y+1}} \end{cases}$$

Transformando las ecuaciones

$$8^{2x+1} = 2^{4y-4} \qquad 5^{x-y+1} = \sqrt{25^{2y+1}}$$

$$\left(2^3\right)^{2x+1} = 2^{4y-4} \qquad 5^{x-y+1} = \left[\left(5^2\right)^{2y+1}\right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{Descomponiendo las bases}$$

$$2^{6x+3} = 2^{4y-4} \qquad 5^{x-y+1} = 5^{2y+1} \qquad \text{Aplicando el teorema de bases Iguales}$$

$$6x+3=2y-4 \qquad x-y+1=2y+1 \qquad \text{Igualamos los exponentes}$$

$$\begin{cases} 6x+3=2y-4 \\ x-y+1=2y+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x-2y=-7 \\ x-3y=0 \end{cases} \quad \text{el sistema reducido se procede a resolver}$$

Utilizamos el método de Sustitución despejando la variable “x” en la ecuación (2) para sustituir en la ecuación (1)

$$\begin{aligned} x-3y &= 0 \\ x &= 3y \quad (2) \end{aligned} \quad \text{Despejando en la ecuación (2)}$$

$$6x-2y = -7 \quad \text{Ecuación (1)}$$

$$6(3y)-2y = -7 \quad \text{Sustituyendo y reduciendo términos}$$

$$16y = -7 \quad \text{Despejando el valor de “y”}$$

$$y = -\frac{7}{16}$$

Sustituimos  $y = -\frac{7}{16}$  en la ecuación (2) para encontrar “x”

$$x-3\left(-\frac{7}{16}\right) = 0 \quad \text{entonces } x = -\frac{21}{16}$$

**Ejercicios propuestos****Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales**

$$1. \quad 4^{x-2} = \frac{2}{5} \quad \text{Sol. } x = 5,9828$$

$$2. \quad 2^{1-x^2} = \frac{1}{16} \quad \text{Sol. } x = \sqrt{5}$$

$$3. \quad \sqrt[4]{9^{x-3}} = \sqrt[5]{27^{x+2}} \quad \text{Sol. } x = -27$$

**Resuelve las ecuaciones logarítmicas**

$$1. \quad \log_2(x+4) = 2 - \log_2(x+1) \quad \text{Sol. } x = 0$$

$$2. \quad \log_8\left(x^2 + \frac{7}{64}\right) = -\frac{1}{3} \quad \text{Sol. } x_1 = -\frac{5}{8} \quad x_2 = \frac{5}{8}$$

$$3. \quad \log_5 2x - 1 + \log_5 x + 2 = 2 \quad \text{Sol. } x_1 = -\frac{5 + \sqrt{209}}{4} \quad x_2 = -\frac{5 - \sqrt{209}}{4}$$

**Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones**

$$1. \quad \begin{cases} 2^{x+y} = 64 \\ 3^{x-y} = 9 \end{cases} \quad \text{Sol. } x = 4 \quad y = 2$$

$$2. \quad \begin{cases} 3^x - 2^{y+1} = 235 \\ 3^{x-1} - 2^{y-1} = 79 \end{cases} \quad \text{Sol. } x = 5 \quad y = 2$$

$$3. \quad \begin{cases} y - 3x = 70 \\ \log y - \log x^2 = 0 \end{cases} \quad \text{Sol. } \begin{matrix} x_1 = 10 & y_1 = 100 \\ x_2 = 7 & y_2 = 49 \end{matrix}$$

$$4. \quad \begin{cases} \log x + \log y^3 = 5 \\ \log\left(\frac{x^2}{y}\right) = 3 \end{cases} \quad \text{Sol. } x = 100 \quad y = 10$$

$$5. \quad \begin{cases} \log_3(x+y) = 5 \\ y - x = -43 \end{cases} \quad \text{Sol. } x = 143 \quad y = 100$$







**BANCO DE PREGUNTAS CON RESPUESTAS  
LENGUAJE Y COMUNICACIÓN  
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y FINANCIERAS**

**Lenguaje y Comprensión**

1. **¿Qué es un sustantivo?**
  - a) Es una acción que realiza el sujeto.
  - b) Es una palabra que nombra personas, animales, cosas o ideas.
  - c) Es una descripción de una acción.
  - d) Es una palabra que expresa cantidad.
2. **¿Cuál es la diferencia entre un sinónimo y un antónimo?**
  - a) Son palabras con significados similares y diferentes, respectivamente.
  - b) Son palabras con el mismo significado.
  - c) Son palabras opuestas.
  - d) Son palabras que se pronuncian igual.
3. **¿Qué es una oración simple?**
  - a) Una oración que tiene más de un verbo.
  - b) Una oración con un solo verbo y sujeto.
  - c) Una oración con dos sujetos.
  - d) Una oración que tiene más de dos verbos.
4. **¿Qué es el acento prosódico?**
  - a) El que se escribe con tilde.
  - b) El que se escucha, pero no se escribe.
  - c) El que se usa en monosílabos.
  - d) El que lleva la sílaba átona.
5. **¿Cuáles son las vocales abiertas?**
  - a) A, I, O.
  - b) E, U, O.
  - c) A, E, O.
  - d) I, U.
6. **¿En qué caso lleva tilde la palabra "café"?**
  - a) Cuando es una palabra aguda.
  - b) Cuando es esdrújula.
  - c) Cuando tiene una vocal cerrada tónica.
  - d) Cuando es llana y termina en consonante que no sea "n" o "s".
7. **¿Cuál de las siguientes palabras lleva tilde diacrítica?**
  - a) Se.
  - b) Te.
  - c) Más.
  - d) Fue.



8. ¿Cuándo se usa la "ll" en lugar de la "y"?
- Al inicio de palabras derivadas de "yerba".
  - En los verbos que terminan en -yendo.
  - En las palabras terminadas en -illo.
  - Cuando la palabra termina en -y.

### Verdadero o Falso

9. **Todas las palabras monosílabas llevan tilde.**
- Verdadero
  - Falso
10. **El acento prosódico es el que se escucha, pero no se escribe.**
- Verdadero
  - Falso
11. **Las palabras agudas llevan tilde si terminan en vocal, "n" o "s".**
- Verdadero
  - Falso
12. **En los textos formales es aceptable usar abreviaturas como "pq" en lugar de "porque".**
- Verdadero
  - Falso
13. **La mala ortografía puede afectar la presentación profesional de una persona.**
- Verdadero
  - Falso

### Completa la Oración

14. El acento \_\_\_\_\_ se refiere a la tilde que se pone sobre una vocal para marcar su pronunciación.
15. Las palabras \_\_\_\_\_ son aquellas que llevan la mayor fuerza de voz en la penúltima sílaba.
16. El uso correcto de los \_\_\_\_\_ es fundamental para que las frases sean coherentes.
17. El verbo "haber" es un verbo \_\_\_\_\_ cuando no tiene sujeto.
18. Las palabras \_\_\_\_\_ nunca llevan tilde, excepto cuando hay un uso diacrítico.

### Relaciona las Columnas

19. **Relaciona el tipo de acento con su descripción:**
- Acento prosódico (2)
  - Acento ortográfico (3)
  - Acento diacrítico (1)
20. Se utiliza para diferenciar palabras que se escriben igual, pero tienen significados distintos.



21. Se escucha, pero no se escribe.
22. Se coloca en una vocal para marcar la pronunciación.

### Ejercicio Práctico

#### 20. Coloca las tildes donde corresponda:

- Raúl compró un automóvil en su país natal.
- La película fue un éxito rotundo.
- El pájaro canta en el árbol.

#### 21. Divide las siguientes palabras en sílabas y clasificalas como aguda, llana o esdrújula:

- Fotografía:
- Cálculo:
- Nación:
- Exámenes:
- Fácilmente:
- Vehículo:
- Euforia:
- Triunfo:
- Psiquiatra:
- Subyugación:
- Ventrilocuo:
- Abstracción:
- Explícito:
- Altruismo:
- Enigmas:
- Desoxidar:
- Arqueología:

#### 22. Identifica y corrige los errores ortográficos en el siguiente párrafo:

"El profesor practicó la clase de matemáticas todos los días para que sus estudiantes aprobaran el examen. El éxito en las pruebas es fundamental para sus futuros."



## RESPUESTAS DE LENGUAJE Y COMUNICACIÓN

### Lenguaje y Comprensión

- ¿Qué es un sustantivo?
  - Es una acción que realiza el sujeto.
  - Es una palabra que nombra personas, animales, cosas o ideas.**
  - Es una descripción de una acción.
  - Es una palabra que expresa cantidad.
- ¿Cuál es la diferencia entre un sinónimo y un antónimo?
  - Son palabras con significados similares y diferentes, respectivamente.**
  - Son palabras con el mismo significado.
  - Son palabras opuestas.
  - Son palabras que se pronuncian igual.
- ¿Qué es una oración simple?
  - Una oración que tiene más de un verbo.
  - Una oración con un solo verbo y sujeto.**
  - Una oración con dos sujetos.
  - Una oración que tiene más de dos verbos.
- ¿Qué es el acento prosódico?
  - El que se escribe con tilde.
  - El que se escucha, pero no se escribe.**
  - El que se usa en monosílabos.
  - El que lleva la sílaba átona.
- ¿Cuáles son las vocales abiertas?
  - A, I, O.
  - E, U, O.
  - A, E, O.**
  - I, U.
- ¿En qué caso lleva tilde la palabra "café"?
  - Cuando es una palabra aguda.
  - Cuando es esdrújula.
  - Cuando tiene una vocal cerrada tónica.
  - Cuando es llana y termina en consonante que no sea "n" o "s".**
- ¿Cuál de las siguientes palabras lleva tilde diacrítica?
  - Se.
  - Te.
  - Más.**
  - Fue.



8. ¿Cuándo se usa la "ll" en lugar de la "y"?
- Al inicio de palabras derivadas de "yerba".
  - En los verbos que terminan en -yendo.
  - En las palabras terminadas en -illo.**
  - Cuando la palabra termina en -y.

### Verdadero o Falso

9. Todas las palabras monosílabas llevan tilde.
- Verdadero
  - Falso**
10. El acento prosódico es el que se escucha, pero no se escribe.
- Verdadero**
  - Falso
11. Las palabras agudas llevan tilde si terminan en vocal, "n" o "s".
- Verdadero**
  - Falso
12. En los textos formales es aceptable usar abreviaturas como "pq" en lugar de "porque".
- Verdadero
  - Falso**
13. La mala ortografía puede afectar la presentación profesional de una persona.
- Verdadero**
  - Falso

### Completa la Oración

14. El acento \_\_\_\_\_ se refiere a la tilde que se pone sobre una vocal para marcar su pronunciación.  
**Ortográfico**
15. Las palabras \_\_\_\_\_ son aquellas que llevan la mayor fuerza de voz en la penúltima sílaba.  
**Graves**
16. El uso correcto de los \_\_\_\_\_ es fundamental para que las frases sean coherentes.  
**Signos de puntuación**
17. El verbo "haber" es un verbo \_\_\_\_\_ cuando no tiene sujeto.  
**Impersonal**
18. Las palabras \_\_\_\_\_ nunca llevan tilde, excepto cuando hay un uso diacrítico.  
**Monosílabas**

### Relaciona las Columnas



19. Relaciona el tipo de acento con su descripción:

- a) Acento prosódico (2)
- b) Acento ortográfico (3)
- c) Acento diacrítico (1)

### Ejercicio Práctico

20. Coloca las tildes donde corresponda:

- **Raúl** compró un **automóvil** en su **país** natal.
- La **película** fue un **éxito** rotundo.
- El **pájaro** canta en el **árbol**.

21. Divide las siguientes palabras en sílabas y clasifícalas como aguda, llana o esdrújula:

- **Fotografía:** fo – to – gra – fí – a (aguda)
- **Cálculo:** cal – cu – lo (esdrújula)
- **Nación:** na – ción (aguda)
- **Exámenes:** e – xá – me – nes (esdrújula)
- **Fácilmente:** fá – cil – men – te (esdrújula)
- **Vehículo:** ve – hí – cu – lo (esdrújula)
- **Euforia:** eu – fo – ria (grave)
- **Triunfo:** triun – fo (grave)
- **Psiquiatra:** psi – quia – tra (grave)
- **Subyugación:** sub – yu – ga – ción (aguda)
- **Ventrílocuo:** ven – trí – lo – cuo (esdrújula)
- **Abstracción:** abs – trac – ción (aguda)
- **Explícito:** ex – plí – ci – to (esdrújula)
- **Altruismo:** al – truis – mo (grave)
- **Enigmas:** e – nig – mas (grave)
- **Desoxidar:** de – so – xi – dar (aguda)
- **Arqueología:** ar – que – o – lo – gí – a (aguda) Arqueología: ar – que – o – lo – gí – a

22. **Identifica y corrige los errores ortográficos en el siguiente párrafo:**

"El profesor practicó la clase de **matemáticas** todos los **días** para que sus estudiantes aprobaran el examen. El éxito en las pruebas es fundamental para sus **futuros**."



### CUESTIONARIO

1. **¿Qué es una palabra aguda?**
  - a) La que lleva el acento en la primera sílaba.
  - b) La que lleva el acento en la última sílaba.
  - c) La que no lleva acento.
  - d) La que tiene dos sílabas.
2. **¿Cuándo llevan tilde las palabras esdrújulas?**
  - a) Siempre.
  - b) Nunca.
  - c) Cuando terminan en consonante.
  - d) Solo cuando son verbos.
3. **¿Cuál de las siguientes palabras está correctamente acentuada?**
  - a) Organizacion.
  - b) Árbol.
  - c) Pared.
  - d) Facil.
4. **¿Cuál es la diferencia entre "sé" y "se"?**
  - a) Uno es verbo y el otro es pronombre.
  - b) Ambos son pronombres.
  - c) Son la misma palabra.
  - d) No tienen tilde.
5. **¿Qué palabra lleva tilde en la oración "El examen fue muy facil"?**
  - a) Examen.
  - b) Fue.
  - c) Muy.
  - d) Facil.
6. **Las palabras llanas llevan tilde si terminan en vocal, "n" o "s".**
  - a) Verdadero.
  - b) Falso.
7. **Los monosílabos siempre llevan tilde para distinguir su significado.**
  - a) Verdadero.
  - b) Falso.
8. **La tilde diacrítica se usa solo en monosílabos.**
  - a) Verdadero.
  - b) Falso.
9. **Las palabras graves terminadas en consonante llevan tilde siempre.**
  - a) Verdadero.
  - b) Falso.
10. **El uso correcto de los signos de puntuación puede cambiar el significado de una oración.**
  - a) Verdadero.



- b) Falso.

**11. Relaciona cada palabra con su tipo de acentuación:**

- a) corazón
- b) lámpara
- c) cajón
- d) rápido
  1. Aguda
  2. Esdrújula
  3. Llana

**12. Relaciona cada signo de puntuación con su uso:**

- a) Punto
- b) Coma
- c) Punto y coma
- d) Signo de exclamación
  1. Pausa larga que separa oraciones.
  2. Pausa corta entre elementos de una lista.
  3. Se usa para expresar emociones intensas.
  4. Separa oraciones relacionadas o listas con comas.

**13. Completa las oraciones con la palabra correcta:**

- El \_\_\_\_\_ que me envió fue increíble. (sé, se)
- \_\_\_\_\_ importante leer cada párrafo con cuidado. (Es, E)
- Mi profesor me \_\_\_\_\_ que la acentuación es fundamental. (dijo, dijo)
- La \_\_\_\_\_ fue resuelta en la clase de matemáticas. (equacion, ecuación)
- No sé por \_\_\_\_\_ llegaste tarde. (que, qué)

**14. Corrige los errores de acentuación en las siguientes oraciones:**

- El arbol esta en el jardin detras de la casa.
- No se cuando vendra mi amigo.
- Facilmente resolvio el problema de matematicas.

**15. Clasifica las siguientes palabras como aguda, llana o esdrújula:**

- Teléfono
- Avión
- Azúcar



16. **Completa las siguientes oraciones usando las formas correctas de los verbos entre paréntesis:**

- Ayer el contador \_\_\_\_\_ (calcular) los impuestos.
- Siempre \_\_\_\_\_ (programar) las reuniones por la mañana.
- El jefe \_\_\_\_\_ (animar) a los empleados a mejorar su rendimiento.

17. **¿Cuál de las siguientes palabras lleva tilde?**

- a) Árbol.
- b) Facil.
- c) Último.
- d) Café.

18. **¿Cuál de las siguientes oraciones usa correctamente la tilde diacrítica?**

- a) Tu hermano me lo dijo.
- b) Si no vienes, me quedo aquí.
- c) Mi mamá me llama siempre.
- d) Que quieres tú para comer?

19. **¿Qué tipo de palabra es "rápido" en cuanto a acentuación?**

- a) Aguda.
- b) Grave.
- c) Esdrújula.
- d) Sobreesdrújula.

20. **¿Cuál es la regla de acentuación de las palabras agudas?**

- a) Llevan tilde si terminan en vocal, "n" o "s".
- b) Llevan tilde si terminan en consonante que no sea "n" o "s".
- c) Siempre llevan tilde.
- d) No llevan tilde nunca.

21. **¿En cuál de las siguientes opciones el uso de mayúsculas es incorrecto?**

- a) Ayer visité París.
- b) El Doctor Gómez es muy amable.
- c) El próximo martes es mi cumpleaños.
- d) Fui al cine con mi Hermano.



**22. Selecciona la oración con el uso correcto de mayúsculas:**

- a) La reunión será el proximo viernes.
- b) Quiero ir a la montaña Everest.
- c) Ayer conocí al Sr. Ramírez.
- d) Me gusta la música clasica.

**23. Corrige el siguiente párrafo:**

"La empresa a esperimentado un crecimiento constante en los ultimos dos años. Los ingresos totales aumentaron un 15 por ciento en el último trimestre en comparación con el mismo período del año anterior. Además, la rentabilidad neta se a mantenido solida, con un margen de beneficio del 12 por ciento. Sin embargo, es importante mantener una gestión financiera prudente para asegurar la sostenibilidad a largo plazo de la compañía."

**24. ¿Cuál es la función del título en un texto?**

- a) Presentar el tema principal del texto.
- b) Explicar los detalles del contenido.
- c) Incluir ejemplos del texto.
- d) Hacer una conclusión sobre el texto.

**25. ¿Qué parte de un texto presenta las ideas principales?**

- a) El desarrollo.
- b) El título.
- c) La conclusión.
- d) La introducción.

**26. ¿Qué es una conclusión?**

- a) La parte que presenta el problema.
- b) Un resumen de las ideas principales del texto.
- c) La parte donde se dan ejemplos.
- d) Una descripción de los personajes.

**27. ¿Cuál de las siguientes opciones corresponde al desarrollo de un texto?**

- a) Presenta las ideas principales.
- b) Expone detalles y argumentos que apoyan las ideas principales.
- c) Resume todo lo expuesto en el texto.
- d) Plantea una solución.



28. ¿Cuál de los siguientes es un conector de causa?

- a) Porque.
- b) Pero.
- c) Además.
- d) Aunque.

29. ¿Cuál es la función de un conector de adición?

- a) Contrastar dos ideas.
- b) Añadir información nueva.
- c) Indicar la causa de algo.
- d) Concluir una idea.

30. ¿Cuál de los siguientes conectores indica una consecuencia?

- a) Pero.
- b) Por lo tanto.
- c) Aunque.
- d) Incluso.

31. ¿Qué conector se usa para contrastar dos ideas opuestas?

- a) Por eso.
- b) Sin embargo.
- c) Además.
- d) También.

32. Elige el conector que mejor completa la oración: "Estaba cansado, \_\_\_ seguí trabajando hasta tarde".

- a) Aunque.
- b) Por eso.
- c) También.
- d) Además.



33. ¿Por qué es importante usar correctamente los conectores en un texto?

- a) Porque mejoran la ortografía.
- b) Porque permiten unir ideas y darle coherencia al texto.
- c) Porque hacen el texto más largo.
- d) Porque ayudan a eliminar repeticiones de palabras.

34. ¿Por qué es fundamental escribir con buena ortografía?

- a) Porque se ve más bonito.
- b) Porque facilita la comprensión y evita malentendidos en el mensaje.
- c) Porque las palabras largas son difíciles de escribir.
- d) Porque ahorra tiempo al escribir.





## RESPUESTAS

### CUESTIONARIO

1. **¿Qué es una palabra aguda?**
  - a) La que lleva el acento en la primera sílaba.
  - b) La que lleva el acento en la última sílaba.
  - c) La que no lleva acento.
  - d) La que tiene dos sílabas.
2. **¿Cuándo llevan tilde las palabras esdrújulas?**
  - a) Siempre.
  - b) Nunca.
  - c) Cuando terminan en consonante.
  - d) Solo cuando son verbos.
3. **¿Cuál de las siguientes palabras está correctamente acentuada?**
  - a) Organizacion.
  - b) **Árbol.**
  - c) Pared.
  - d) Facil.
4. **¿Cuál es la diferencia entre "sé" y "se"?**
  - a) Uno es verbo y el otro es pronombre.
  - b) Ambos son pronombres.
  - c) Son la misma palabra.
  - d) No tienen tilde.
5. **¿Qué palabra lleva tilde en la oración "El examen fue muy facil"?**
  - a) Examen.
  - b) Fue.
  - c) Muy.
  - d) **Facil.**
6. **Las palabras llanas llevan tilde si terminan en vocal, "n" o "s".**
  - a) Verdadero.
  - b) Falso.
7. **Los monosílabos siempre llevan tilde para distinguir su significado.**
  - a) Verdadero.
  - b) Falso.
8. **La tilde diacrítica se usa solo en monosílabos.**
  - a) Verdadero.
  - b) Falso.
9. **Las palabras graves terminadas en consonante llevan tilde siempre.**
  - a) Verdadero.
  - b) Falso.
10. **El uso correcto de los signos de puntuación puede cambiar el significado de una oración.**
  - a) Verdadero.
  - b) Falso.



11. **Relaciona cada palabra con su tipo de acentuación:**

- a) corazón → 1) Aguda.
- b) lámpara → 2) Esdrújula.
- c) cajón → 1) Aguda.
- d) rápido → 3) Llana.

12. **Relaciona cada signo de puntuación con su uso:**

- a) Punto → 1) Pausa larga que separa oraciones.
- b) Coma → 2) Pausa corta entre elementos de una lista.
- c) Punto y coma → 4) Separa oraciones relacionadas o listas con comas.
- d) Signo de exclamación → 3) Se usa para expresar emociones intensas.

13. **Completa las oraciones con la palabra correcta:**

- El **sé** que me envió fue increíble. (sé, se)
- **Es** importante leer cada párrafo con cuidado. (Es, E)
- Mi profesor me **dijo** que la acentuación es fundamental. (dijo, dijó)
- La **ecuación** fue resuelta en la clase de matemáticas. (equacion, ecuación)
- No sé por **qué** llegaste tarde. (que, qué)

14. **Corrige los errores de acentuación en las siguientes oraciones:**

- El **árbol** está en el jardín detrás de la casa.
- No sé cuándo vendrá mi amigo.
- **Fácilmente** resolvió el problema de matemáticas.

15. **Clasifica las siguientes palabras como aguda, llana o esdrújula:**

- Teléfono → Esdrújula.
- Avión → Aguda.
- Azúcar → Llana.

16. **Completa las siguientes oraciones usando las formas correctas de los verbos entre paréntesis:**

- Ayer el contador **calculó** (calcular) los impuestos.
- Siempre **programa** (programar) las reuniones por la mañana.
- El jefe **anima** (animar) a los empleados a mejorar su rendimiento.



17. ¿Cuál de las siguientes palabras lleva tilde?

- a) Árbol.
- b) Facíl.
- **c) Último.**
- d) Café.

18. ¿Cuál de las siguientes oraciones usa correctamente la tilde diacrítica?

- a) Tu hermano me lo dijo.
- **b) Si no vienes, me quedo aquí.**
- c) Mi mamá me llama siempre.
- d) Que quieres tú para comer?

19. ¿Qué tipo de palabra es "rápido" en cuanto a acentuación?

- a) Aguda.
- **b) Grave.**
- c) Esdrújula.
- d) Sobreesdrújula.

20. ¿Cuál es la regla de acentuación de las palabras agudas?

- **a) Llevan tilde si terminan en vocal, "n" o "s".**
- b) Llevan tilde si terminan en consonante que no sea "n" o "s".
- c) Siempre llevan tilde.
- d) No llevan tilde nunca.

21. ¿En cuál de las siguientes opciones el uso de mayúsculas es incorrecto?

- a) Ayer visité París.
- b) El Doctor Gómez es muy amable.
- c) El próximo martes es mi cumpleaños.
- **d) Fui al cine con mi Hermano.**

22. Selecciona la oración con el uso correcto de mayúsculas:

- a) La reunión será el proximo viernes.
- b) Quiero ir a la montaña Everest.
- **c) Ayer conocí al Sr. Ramírez.**
- d) Me gusta la música clasica.

23. Corrige el siguiente párrafo:

"La **empresa ha experimentado** un **crecimiento** constante en los **últimos** dos años. Los ingresos totales aumentaron un 15 por **ciento** en el último trimestre en



comparación con el mismo período del año anterior. **Además**, la rentabilidad neta se **ha** mantenido **sólida**, con un margen de **beneficio** del 12 por **ciento**. Sin embargo, es **importante** mantener una **gestión financiera** prudente para asegurar la sostenibilidad a largo **plazo** de la **compañía**."

24. **¿Cuál es la función del título en un texto?**

- a) **Presentar el tema principal del texto.**
- b) Explicar los detalles del contenido.
- c) Incluir ejemplos del texto.
- d) Hacer una conclusión sobre el texto.

25. **¿Qué parte de un texto presenta las ideas principales?**

- a) El desarrollo.
- b) El título.
- c) La conclusión.
- d) **La introducción.**

26. **¿Qué es una conclusión?**

- a) La parte que presenta el problema.
- b) **Un resumen de las ideas principales del texto.**
- c) La parte donde se dan ejemplos.
- d) Una descripción de los personajes.

27. **¿Cuál de las siguientes opciones corresponde al desarrollo de un texto?**

- a) Presenta las ideas principales.
- b) **Expone detalles y argumentos que apoyan las ideas principales.**
- c) Resume todo lo expuesto en el texto.
- d) Plantea una solución.

28. **¿Cuál de los siguientes es un conector de causa?**

- a) **Porque.**
- b) Pero.
- c) Además.
- d) Aunque.



29. ¿Cuál es la función de un conector de adición?
- a) Contrastar dos ideas.
  - **b) Añadir información nueva.**
  - c) Indicar la causa de algo.
  - d) Concluir una idea.
30. ¿Cuál de los siguientes conectores indica una consecuencia?
- a) Pero.
  - **b) Por lo tanto.**
  - c) Aunque.
  - d) Incluso.
31. ¿Qué conector se usa para contrastar dos ideas opuestas?
- a) Por eso.
  - **b) Sin embargo.**
  - c) Además.
  - d) También.
32. Elige el conector que mejor completa la oración: "Estaba cansado, \_\_\_ seguí trabajando hasta tarde".
- **a) Aunque.**
  - b) Por eso.
  - c) También.
  - d) Además.
33. \*\*¿Por qué es importante usar correctamente los conectores en un texto